



Sara Meneses Ribeiro

**Resolução de Problemas de
Subtração no 2.º Ano de
Escolaridade**

Relatório da componente de investigação de Estágio III
do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º
Ciclo do Ensino Básico

Dezembro, 2016

Versão Final



Sara Meneses Ribeiro
N.º 140140003

Resolução de Problemas de Subtração no 2.º Ano de Escolaridade

Relatório da componente de investigação de Estágio III
do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º
Ciclo do Ensino Básico

Orientadora:

Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado
Mendes

Dezembro, 2016

Versão Final

Resumo

O presente estudo integra-se na área da matemática, mais propriamente na resolução de problemas, tendo como principal objetivo compreender e caracterizar o modo como alunos do 2.º ano resolvem problemas de subtração. Neste âmbito, este estudo pretende identificar as estratégias usadas pelos alunos e as dificuldades que manifestam quando resolvem problemas de subtração.

A fundamentação teórica apresenta tópicos essenciais para o estudo, nomeadamente: a aprendizagem da subtração; os sentidos da subtração; a resolução de problemas; as dificuldades na resolução de problemas; as estratégias gerais de resolução de problemas e as estratégias de resolução de problemas de subtração; e, por fim, a aprendizagem da subtração nas orientações curriculares.

O estudo enquadra-se numa abordagem qualitativa de natureza interpretativa. Todos os 25 alunos participaram na resolução dos problemas, mas apenas três foram selecionados para que se realizasse uma análise mais profunda das suas resoluções.

A proposta pedagógica elaborada, constituída por oito problemas, foi desenvolvida ao longo de seis semanas. Durante esse tempo, foram recolhidos os dados necessários à investigação, conseguida principalmente através da observação participante e da recolha documental.

As conclusões do estudo mostram que os alunos recorrem a diversas estratégias para resolver problemas e que as principais dificuldades que os alunos apresentaram na resolução dos mesmos são relacionadas com a compreensão dos problemas, a dificuldade em encontrar a estratégia apropriada e a dificuldade no processo de resolução.

Palavras-chave: aprendizagem da subtração; resolução de problemas; estratégias de resolução de problemas de subtração; dificuldades dos alunos na resolução de problemas.

Abstract

The present study is integrated in the area of mathematics, more properly in problem solving, with the main objective of understanding and characterizing the way 2nd grade students solve subtraction problems. In this framework, this study intends to identify the strategies used by students and the difficulties they manifest when solving subtraction problems.

The theoretical framework presents essential topics for the study, namely: the learning of subtraction; The subtraction sense; Problem solving; Difficulties in solving problems; General problem-solving strategies and strategies for solving problems of subtraction; And, finally, the learning of subtraction according to the school curriculum.

The study follows a qualitative approach of the interpretative paradigm. All 25 students participated in solving the problems, but only three were selected for further analysis of their resolutions.

The pedagogical proposal, that consists in eight problems, was developed throughout six lessons. During that time, the necessary data for the investigation was collected through participant observation and documental collection.

The final results for this project show that the students use diverse strategies to solve problems and that the major difficulties revealed by the students are related to understanding the problem, difficulty in finding the proper strategy and difficulty in resolution process.

Key words: subtraction learning; problem solving; subtraction problem solving strategies; students difficulty in problem solving.

Agradecimentos

Terminado este Projeto de Investigação, quero agradecer a todas as pessoas que me apoiaram e ajudaram durante todo o meu percurso académico, desde o início da Licenciatura até ao final deste relatório.

À minha orientadora, Professora Doutora Fátima Mendes, por todo o apoio que me deu ao longo de todo o trabalho, pelos conselhos e motivação e por me orientar, tornando possível a realização deste estudo. Um especial obrigado por não me deixar “perder” num dos maus momentos da minha vida e insistir comigo para que terminasse o presente relatório.

À professora cooperante, pela disponibilidade e por ter tornado possível a realização da investigação.

À Vanessa, à Joana Parreira, à Carmo e à Joana Patronilo, por todo o apoio dado ao longo de todo o este percurso escolar, tanto na Licenciatura como no Mestrado, pela paciência, pela ajuda e por nunca me deixarem desistir.

À minha mãe, que acompanhou todo o meu percurso e que sempre me apoiou, que sempre fez o possível para que continuasse com os estudos, permitindo que chegasse onde cheguei.

Ao meu pai, que apesar de já não estar presente para me ver terminar como desejava, se sentia orgulhoso do percurso académico que percorri e me incentivava sempre a chegar mais longe.

A todos, muito obrigada!

Índice Geral

Capítulo I - Introdução	1
Motivações e pertinência do estudo.....	1
Problema e questões do estudo	2
Organização do relatório.....	3
Capítulo II - Fundamentação teórica	5
Aprendizagem da subtração	5
Sentidos da subtração	7
Resolução de problemas de subtração	8
Estratégias gerais de resolução de problemas.....	10
Estratégias de resolução de problemas de subtração	12
Dificuldades na resolução de problemas	18
Aprendizagem da subtração nas orientações curriculares	20
Capítulo III - Metodologia de Investigação	23
Opções metodológicas	23
Estudo Qualitativo	23
Estudo de caso	25
Contexto e participantes.....	27
Caracterização do contexto.....	27
Caracterização da turma	27
Alunos participantes.....	28
Métodos de recolha de dados.....	29
Observação participante	30
Recolha documental.....	30
Processo de recolha de dados.....	31
Processo de análise dos dados.....	32
Capítulo IV - Proposta pedagógica	35
Os problemas propostos	35
A exploração dos problemas em sala de aula	43
Apresentação do problema.....	43
Resolução do problema.....	44
Apresentação e discussão das estratégias	45

Capítulo V - Análise dos dados	47
Caso de Ana.....	47
As resoluções de Ana.....	47
Síntese das estratégias usadas por Ana.....	53
Dificuldades de Ana na resolução dos problemas.....	55
Caso de Beatriz.....	56
As resoluções de Beatriz.....	56
Síntese das estratégias usadas por Beatriz.....	62
Dificuldades de Beatriz na resolução dos problemas.....	64
Caso de João.....	64
As resoluções de João.....	64
Síntese das estratégias usadas por João	70
Dificuldades de João na resolução dos problemas.....	71
Capítulo VI - Conclusões.....	73
Síntese do estudo.....	73
Conclusões do estudo	74
Quais as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º ano quando resolvem problemas de subtração?	74
Que dificuldades os alunos manifestam quando resolvem problemas de subtração?	76
Reflexões finais.....	78
Referências bibliográficas	79

Índice de tabelas

Tabela 1 - Síntese cronológica do processo de recolha de dados.....	31
Tabela 2 - Identificação dos problemas e datas em que foram realizados.....	35
Tabela 3 - Síntese das estratégias usadas por Ana	54
Tabela 4 - Síntese das estratégias usadas por Beatriz	62
Tabela 5 - Síntese das estratégias usadas por João	70
Tabela 6 - Estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas.....	74
Tabela 7 - Dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas.....	76

Índice de figuras

Figura 1 - Procedimentos de cálculo mental para a adição e subtração até 100 (Adaptado de Ferreira, 2012, p. 78).....	17
Figura 2- Resolução de Ana do problema a de “Calcular com dinheiro”	47
Figura 3- Resolução de Ana do problema b de “Calcular com dinheiro”	48
Figura 4- Resolução de Ana do problema “A coleção de cromos da Sofia”	49
Figura 5- Resolução de Ana do problema "Quando estendi a roupa"	49
Figura 6- Resolução de Ana do problema “Prendas de Natal”	50
Figura 7- Resolução de Ana do problema “Vamos ao cinema”	51
Figura 8 - Resolução de Ana do problema “Os livros da biblioteca”	52
Figura 9 - Resolução de Ana do problema "A coleção de cartas"	53
Figura 10 - Resolução de Beatriz do problema a de "Calcular com dinheiro"	56
Figura 11 - Resolução de Beatriz do problema b de "Calcular com dinheiro"	57
Figura 12 - Resolução de Beatriz do problema "A coleção de cromos da Sofia"	57
Figura 13 - Resolução de Beatriz do problema "Quando estendi a roupa"	58
Figura 14 - Resolução de Beatriz do problema "Prendas de Natal"	59
Figura 15 - Resolução de Beatriz do problema "Vamos ao cinema"	60
Figura 16 - Resolução de Beatriz do problema "Os livros da biblioteca"	61
Figura 17 - Resolução de Beatriz do problema "A coleção de cartas"	62
Figura 18 - Resolução de João do problema a de "Calcular com dinheiro"	64
Figura 19 - Resolução de João do problema b de "Calcular com dinheiro"	65
Figura 20 - Resolução de João do problema "A coleção de cromos da Sofia"	65
Figura 21 - Resolução de João do problema "Quando estendi a roupa"	66
Figura 22 - Resolução de João do problema "Prendas de Natal"	67
Figura 23 - Resolução de João do problema "Vamos ao cinema"	68
Figura 24 - Resolução de João do problema "Os livros da biblioteca"	69
Figura 25 - Resolução de João do problema "A coleção de cartas"	69

Capítulo I - Introdução

Este primeiro capítulo é dedicado à introdução do estudo que realizei. Aqui, apresento as motivações e a pertinência do mesmo, o problema e as questões orientadoras do estudo e, por fim, explico a organização deste trabalho.

Motivações e pertinência do estudo

No presente estudo, considerando a dificuldade que os alunos possuíam nesta área e a sua importância para a aprendizagem, decidi focar-me na área da Matemática, mais propriamente na resolução de problemas de subtração por alunos do 2.º ano de escolaridade.

A Matemática é uma área bastante importante no sentido em que, tal como Mata (2012) indica, citando Tenreiro-Vieira (2010), que

é, cada vez mais, uma ferramenta útil para todos num mundo imerso em números e marcado por múltiplas representações matemáticas”, reforçando a ideia de que a matemática é uma área que deve integrar a formação de todos, uma vez que esta trará benefícios ao quotidiano de um indivíduo, isto é, ele estará apto a usufruir da utilidade que a matemática tem, nos diferentes contextos que a vida lhe proporciona (p. 17).

Por isso, torna-se essencial trabalhar esta área curricular desde muito cedo.

Corroborando o que foi citado anteriormente, o National Council Teachers of Mathematics (NCTM, 2008) afirma que “Neste mundo em mudança, aqueles que compreendem e são capazes de fazer matemática terão oportunidades e opções significativamente maiores para construir os seus futuros” (pp. 4-5), dividindo a importância da matemática em quatro vertentes: matemática para a vida, matemática enquanto parte da herança cultural, matemática para o local de trabalho e matemática para a comunidade científica e tecnológica.

Considerando os diferentes temas da Matemática, a resolução de problemas é uma área que se torna interessante e bastante importante de trabalhar com os alunos uma vez que “A resolução de problemas constitui um marco de toda a actividade

matemática e uma via fundamental para o desenvolvimento do conhecimento matemático” e “proporciona aos alunos diversas oportunidades para aplicarem e alargarem o seu conhecimento dos conceitos em cada uma das Normas de Conteúdo” (*idem*, pp. 134-135).

A resolução de problemas aritméticos, seja qual for a operação que trabalha, é essencial para que os alunos explorem e consolidem a sua compreensão sobre número e as operações. A compreensão dos números e das operações é uma das aprendizagens que constitui “o cerne da educação matemática para os primeiros anos do ensino básico” (NCTM, 2008, p. 34).

Os problemas realizados devem ser desafiantes para os alunos, levando-os a utilizarem diversas estratégias de resolução para chegar ao resultado. Este facto deve ser tido em conta, uma vez que “O ensino dos números e das operações no 1.º ciclo da educação básica deve ter como objetivo uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das suas propriedades e não apenas a aquisição de um conjunto de técnicas” (Ponte & Serrazina, 2006, p. 136).

Problema e questões do estudo

Tal como referi anteriormente, decidi focar o meu estudo na resolução de problemas de subtração por alunos do 2.º ano de escolaridade.

A escolha de estudar a resolução de problemas deveu-se ao facto, de ter percebido, por um lado, a sua importância para a aprendizagem e, por outro, da inexistência de momentos que facultasse aos alunos a oportunidade de resolver problemas. Quanto à escolha da operação, foi tido em conta que os alunos ainda não haviam trabalhado a mesma e que, uma vez que já conheciam a adição, esta seria a melhor opção para realizar a minha investigação.

Desta forma, escolhido o tema, delineei o seguinte objetivo que pretendo atingir com o meu estudo: compreender e caracterizar o modo como alunos de 2.º ano resolvem problemas de subtração.

Tendo em conta o objetivo indicado, formulei as seguintes questões:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º ano quando resolvem problemas de subtração?
- Que dificuldades os alunos manifestam quando resolvem problemas de subtração?

Organização do relatório

Este relatório é composto por seis capítulos. O primeiro corresponde ao presente capítulo onde explico o tema do estudo, bem como as motivações e a pertinência do mesmo para a minha escolha. Identifico também o principal objetivo da investigação e as questões orientadoras.

No segundo capítulo realizo um enquadramento teórico do tema que orienta o estudo, dividindo-o em sete partes. Inicialmente, foco-me na importância da aprendizagem da subtração, tendo como base as perspetivas dos Princípios e Normas para a matemática escolar e de alguns autores, tal como Ferreira (2008). Posteriormente caracterizo os diferentes sentidos da subtração. De seguida saliento a importância da resolução de problemas e como estes devem ser elaborados e realizados. Na quarta parte enuncio as dificuldades evidenciadas pelos alunos na resolução de problemas. Nas duas partes seguintes, identifico as estratégias de resolução de problemas, onde evidencio primeiramente as estratégias gerais e posteriormente as estratégias de resolução de problemas de subtração. Por fim, realço a aprendizagem da subtração nas orientações curriculares.

No terceiro capítulo descrevo e justifico as opções metodológicas adotadas nesta investigação, começando por fundamentar a razão de este estudo se inserir numa abordagem qualitativa de natureza interpretativa e de seguir a modalidade de estudo de caso. Em seguida caracterizo o contexto do estudo e da turma, justifico a seleção dos estudos de caso a serem analisados e identifico os métodos de recolha de dados. Por fim, descrevo os processos de recolha de dados e análise de dados.

No quarto capítulo descrevo a proposta pedagógica que propus desenvolver nesta investigação. Desta forma, refiro os problemas propostos em contexto sala de aula, explicitando os objetivos de cada um, o porquê dos números utilizados e diferentes estratégias que poderiam ser utilizadas pelos alunos. Finalmente, evidencio a exploração dos problemas em sala de aula, ou seja, como se desenvolvia a apresentação inicial, a resolução dos problemas e a apresentação das diferentes estratégias dos alunos.

O quinto capítulo diz respeito à análise dos dados recolhidos, onde me centro nas produções dos alunos selecionados. Aqui analiso as resoluções dos alunos, realizo uma síntese das estratégias usadas pelos mesmos e analiso as suas dificuldades na resolução dos problemas.

No último capítulo, começo por elaborar uma síntese geral de todo o estudo realizado. De seguida foco-me nas conclusões do estudo, onde respondo às questões orientadoras, e, por fim, realizo uma reflexão final sobre todo o processo de investigação.

Capítulo II - Fundamentação teórica

Neste capítulo, realizo um enquadramento teórico do tema que orienta este estudo: resolução de problemas de subtração por alunos do 2.º ano de escolaridade.

Desta forma, começo por referir a aprendizagem da subtração, os sentidos e a resolução de problemas de subtração. De seguida apresento as estratégias gerais de resolução de problemas, focando-me nas estratégias de resolução de problemas de subtração e, por fim, menciono as dificuldades com que os alunos se deparam na resolução de problemas e a aprendizagem da subtração nas orientações curriculares.

Aprendizagem da subtração

As crianças criam os primeiros contactos com os números desde muito cedo, mesmo antes de começarem o seu percurso escolar. Vygotsky (1979) afirma que “a aprendizagem escolar nunca parte do zero. Toda a aprendizagem da criança na escola teve uma pré-história” (Vygotsky, 1979, referido em Mendes, 2001, p. 3). As crianças têm contacto com a representação gráfica dos números através dos seus brinquedos/jogos, da televisão, de músicas, de livros, entre outros. Para além da representação gráfica, com o tempo as crianças começam também a contar objetos, tanto por ensino dos pais como por vontade própria.

A aprendizagem dos números e, conseqüentemente, das operações torna-se uma das temáticas mais importantes da área da Matemática. Ao longo do ensino,

os alunos deverão adquirir um conhecimento vasto dos números: o que são; de que forma são representados através de objetos, numerais ou em rectas numéricas; como se relacionam uns com os outros; como estão profundamente integrados em sistemas com determinadas estruturas e propriedades; e como devem ser utilizados para resolverem problemas (NCTM, 2008, p. 34).

Apesar de não me centrar no tema do sentido de número ao longo do estudo, não é possível separar o mesmo da aprendizagem dos números e das operações, referindo-o de forma breve.

De um modo geral, tendo em conta as ideias de vários autores,

o sentido de número diz respeito à compreensão global e flexível dos números e operações com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para utilizarmos no nosso dia a dia, na nossa vida profissional, ou como cidadãos activos. (Castro & Rodrigues, 2008, p. 118)

Ao longo da aprendizagem, o sentido de número vai-se desenvolvendo “à medida que os alunos compreendem a sua ordem de grandeza, desenvolvem variadas formas de pensar sobre ele e de representá-lo, utilizam os números como referência e desenvolvem uma percepção exata do modo como as operações os afectam” (Sowder 1992, referido em NCTM, 2008, pp. 92-93).

É importante fomentar a resolução de problemas na sala de aula. Para resolverem problemas não é necessário que os alunos conheçam os algoritmos, mas sim que consigam projetar estratégias de resolução que os leve à solução do mesmo, tornando-se bastante enriquecedor para a sua aprendizagem dos números e das operações.

Antes de resolverem problemas de subtração, os alunos devem possuir conhecimentos sobre os factos numéricos básicos ligados a esta operação. Segundo alguns autores, estes factos matemáticos devem ser compreendidos pelos alunos, levando-os a estabelecer relações entre eles e entre a subtração (Ferreira, 2008).

É defendido que os alunos não devem apenas memorizar os factos matemáticos básicos, mas sim que os automatizem. Corroborando esta ideia, Ferreira (2008) afirma que

Memorizar factos matemáticos através da prática do treino e de fichas repetitivas não levará ao desenvolvimento das relações entre eles. Há estratégias que convém desenvolver no sentido de elas poderem contribuir para uma maior eficácia na resolução de problemas de adição e subtração e mesmo no uso das estratégias informais que os alunos usam para resolver problemas (pp. 146-147)

Um outro conhecimento que poderá ser favorável à aprendizagem da subtração é “Identificar a relação inversa existente entre a adição e a subtração”

(NCTM, 2008, p. 96). Ao compreender esta relação, os alunos adquirem uma nova forma de resolver problemas de subtração dado que, em vez de realizarem uma contagem decrescente, os alunos podem contar “para a frente”, partindo do número menor até ao número maior.

De forma a concluir, é importante referir que todo o trabalho necessário aos alunos para a aprendizagem, tanto da subtração como das outras operações aritméticas, não seria possível sem o professor. Este desempenha “um papel fundamental no desenvolvimento da destreza de cálculo dos alunos” (idem, p. 99) e devem ajudar “os alunos a “reinventar” a matemática” (Gravemeijer, 2005, referido em Ferreira, 2008, p.155).

Sentidos da subtração

A subtração pode aparecer associada a diversas situações subtrativas, também conhecidas por sentidos da subtração, sendo estes retirar, comparar e completar.

Seguindo as ideias de Ponte e Serrazina (2006), o sentido de retirar “corresponde a retirar uma dada quantidade a outra” (p. 147). Estas situações são as utilizadas com mais frequência, sendo os seguintes exemplos deste sentido da subtração:

“- Há 17 berlindes numa caixa, 5 são retirados. Quantos ficam?

- O preço de uma boneca era de 825\$00. Foi reduzido de 50\$00. Qual é o seu preço agora?” (idem, p. 147).

O sentido de comparar corresponde à comparação de duas quantidades. Estas situações “acontecem no dia a dia” (idem, p. 147), sendo essencial trabalhar as mesmas com os alunos. Alguns exemplos deste sentido da subtração são:

“- O João tem 8 berlindes e o Pedro tem 5. Quantos tem o João a mais do que o Pedro?

- Se uma turma tem 25 alunos e a outra tem 21 alunos. Quantos alunos a segunda tem a menos que a primeira?” (idem, p. 148).

Já o sentido de completar, também conhecida por sentido inverso da adição, “corresponde à situação de determinar o que deve ser junto a uma dada quantidade para obter um certo valor” (*idem*, p. 148). Alguns exemplos deste sentido são:

“- O João quer comprar um brinquedo que custa 7500\$00. Já poupou 5200\$00. Quanto mais tem de poupar?

- Os pais do Pedro já percorreram 180 Km do percurso de 300 Km de Lisboa até ao Porto. Quanto mais têm de percorrer?” (*idem*, p. 148).

Habitualmente, tal como referido anteriormente, a subtração aparece associada a problemas de retirar, mas também

devem ser tidos em conta problemas que envolvam os significados comparar e igualar, o que vem ao encontro do que é referido pelo NCTM (1991) - “para além dos problemas que envolvam juntar e separar, os professores devem proporcionar problemas que envolvam comparar e igualar” (p. 52) - salientando a importância da exploração destas operações em contextos reais, ou seja, problemas que se relacionem com as experiências e vivências dos alunos (Ferreira, 2012, p. 64).

Desta forma, o professor deve promover a resolução de problemas de subtração, propondo “aos alunos problemas diversificando os vários sentidos da adição e da subtração” (Ferreira, 2008, p. 149).

Resolução de problemas de subtração

Para se falar em resolução de problemas, inicialmente é importante entender o verdadeiro significado de problema. Verificando o dicionário de português, problema é uma “Questão matemática proposta para se lhe achar solução” in *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*. Completando o descrito no dicionário, um problema pode ser definido por uma situação, onde um indivíduo quer chegar a um resultado, desconhecendo o caminho que necessita fazer para lá chegar (Newell e Simon, 1972).

Segundo Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008),

Numa perspectiva educacional, formular e resolver problemas é uma componente essencial de fazer Matemática e permite o contacto com ideias

matemáticas significativas. É, também, uma oportunidade de envolver os alunos, desde muito cedo, em questões de modelação matemática que, tradicionalmente, são consideradas como tópicos de Matemática mais avançada. (p. 14)

É essencial que os problemas facultados aos alunos sejam desafiantes e que recriem situações do seu dia-a-dia, dando-lhes a oportunidade de imaginarem a situação proposta e de utilizarem o cálculo mental.

Através do cálculo mental, apesar de os alunos ainda não terem aprendido os nomes e os seus significados: trabalha-se com números; usam-se propriedades elementares e relações tais como a propriedade comutativa, a propriedade distributiva, as relações inversas e as relações entre as várias relações e propriedades; apoia-se no uso de intuições e conhecimentos sólidos sobre factos numéricos; e desenvolve-se mentalmente, sendo possível anotar alguns passos intermédios (Sequeira, Freitas, & Nápoles, 2009).

Em sala de aula, uma vez que não se possui facilmente o resultado de um problema, os alunos necessitam de rever todo o seu conhecimento, adquirido até ao momento, de forma a encontrarem uma solução para o mesmo. Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, os alunos, “através deste processo desenvolvem, com frequência, novos conhecimentos matemáticos” (NCTM, 2008, p. 57).

Pólya (1945) organizou o processo da resolução de problemas dividindo-o em quatro etapas fundamentais, que os alunos devem seguir, sendo estas: compreender o problema; construir uma estratégia de resolução; desenvolver a estratégia de resolução; e rever e discutir a resolução do problema. Ao concretizar corretamente as primeiras três etapas, a probabilidade de o aluno ter sucesso na resolução do problema é maior. A quarta e última etapa ajuda o aluno a consolidar o seu conhecimento e a desenvolver a sua habilidade para resolver problemas.

É importante salientar a diferença que existe entre problema e exercício. A resolução de problemas, tal como se tem vindo a enunciar, “implica o envolvimento numa tarefa, cujo método não é conhecido antecipadamente” (NCTM, 2008, p. 57),

enquanto que na resolução de exercícios é possível encontrar rapidamente a solução, através de mecanismos já disponíveis.

Seguindo a ideia apresentada, definir uma tarefa como exercício ou problema varia também consoante o nível de conhecimentos do aluno a que se destina. Uma dada tarefa pode ser um problema para um aluno de nível mais baixo mas, a mesma tarefa, pode já ser um exercício para um aluno com mais conhecimentos, uma vez que basta aplicar os mecanismos já aprendidos para o resolver.

Em conclusão, torna-se vital resolver problemas em sala de aula, desde cedo, pois dá aos alunos espaço para consolidar e ampliar os seus conhecimentos e promover a aprendizagem da Matemática (NCTM, 2008). Corroborando esta ideia, Ponte e Serrazina (2006) afirmam que

A resolução de problemas ajuda a desenvolver a compreensão das ideias matemáticas e a consolidar as capacidades já aprendidas e, por outro lado, constitui um importante meio de desenvolver novas ideias matemáticas. Por outras palavras, a resolução de problemas pode constituir o ponto de partida e o ponto de chegada do ensino-aprendizagem da Matemática. (pp. 57-58)

Estratégias gerais de resolução de problemas

Tal como referi anteriormente, ao resolverem um problema é facultado aos alunos a oportunidade de imaginarem a situação proposta e de utilizarem meios para conseguirem alcançar o resultado. Este caminho que os alunos percorrem até ao resultado, é denominado pelo termo heurística.

Recorrendo ao dicionário de português, heurística é o “Método que pretende levar a inventar, descobrir ou a resolver problemas” (in *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*), ou seja, são as estratégias que os alunos utilizam para a resolução de um certo problema.

Não existe apenas uma estratégia de resolução para um dado problema. É importante que os alunos percebam que diferentes problemas podem ser resolvidos com uma mesma estratégia e que um problema pode ser resolvido com diferentes estratégias. Desta forma, os alunos devem contactar com diversas estratégias de

resolução de problemas, percebendo como as utilizar e quais as que melhor se adaptam ao problema que vão resolver.

Segundo Ponte e Serrazina (2006), há algumas estratégias de resolução de problemas que são mais utilizadas pelos alunos do 1.º ciclo, tais como:

- “- Usar diagramas e outras representações matemáticas;
- Procurar regularidades;
- Fazer uma listagem de todas as possibilidades;
- Experimentar casos particulares;
- Usar tentativa e erro;
- Pensar de trás para a frente” (p. 55).

Referindo um pouco o papel do professor quanto ao ensino de estratégias de resolução de problemas, é importante que o mesmo permita que os alunos elaborem a sua própria estratégia de resolução. Indo ao encontro a esta ideia, Boavida et al. (2008) afirmam que o professor pode propor aos alunos “várias tarefas que favoreçam o aparecimento dessas estratégias. A sua posterior identificação e sistematização irão dotá-los de um repertório de estratégias que lhes permitirá resolver vários problemas diferentes ou o mesmo problema de modos diferentes” (pp. 25-26).

Outro aspeto a ter em conta é realizar problemas com os diferentes sentidos da subtração, referidos no ponto anterior. Tal como Gonçalves (2011) afirma, Fuson (2003) considera dois níveis da subtração: num nível elementar

“retirar de”. Num nível seguinte o “combinar” envolvendo situações com significado de “juntar” e de “decompor” e por fim, o sentido de “comparar”. As situações de comparação têm um carácter aditivo ou subtrativo dependendo da linguagem utilizada na frase comparativa. A expressão “a mais” sugere adição e a expressão “a menos” sugere subtração. (p. 10)

É relevante afirmar que, apesar de se considerarem estratégias de carácter aditivo ou subtrativo, há diversas estratégias que se podem utilizar aquando da resolução dos problemas.

Desta forma, tendo em conta o que foi referido, é importante que os alunos tenham noção da relação existente entre a subtração e a adição, uma vez que esta os ajudará na resolução de problemas.

Estratégias de resolução de problemas de subtração

Uma vez que a minha investigação se centrou na subtração, e que no ponto anterior referi estratégias de resolução de problemas no geral, este ponto será dedicado às estratégias de resolução de problemas de subtração, baseando-me na ideia de vários autores.

Segundo Van Heuvel-Panhuizen, Treffers e Buys (2001), durante a aprendizagem as crianças passam por três níveis de cálculo, tanto quando operam com números até 20 como quando operam com números até 100. Estes níveis de cálculo, nomeadamente o cálculo por contagem, o cálculo por estruturação e o cálculo formal, são importantes na aprendizagem das crianças uma vez que as torna aptas a realizar cálculos rapidamente e de forma eficaz.

O cálculo por contagem é o primeiro nível da subtração pelo qual os alunos passam, uma vez que, tal como o nome indica, os mesmos recorrem à contagem para resolverem problemas. Esta contagem normalmente é realizada através de objetos ou mesmo com o auxílio dos dedos das mãos. No que toca à subtração, esta última forma de contagem referida pode ser eficaz mas pode igualmente levar os alunos ao erro. Apoiando-me no exemplo referido por Gonçalves (2011), para calcular $10-4$ o aluno pode levantar 10 dedos, baixar 4 e contar os dedos que sobram, o que se torna uma estratégia bastante eficaz. Mas se, para realizar o mesmo cálculo, o aluno realizar contagens decrescentes, esta pode levar a duas situações de erro: começarem a contar para trás a partir do 10, mas perderem-se durante a contagem, chegando a um resultado falso; ou contarem 4 para trás a partir do 10, considerando o número 10 como o primeiro número (10-9-8-7), respondendo 7 como o resultado.

O nível seguinte, o cálculo por estruturação, tal como o nome indica é um nível mais estruturado que o anterior. Aqui, os alunos não recorrem à contagem para

resolverem problemas, mas sim à decomposição do número ou à realização de agrupamentos de 5, com números mais pequenos, ou de 10, com números maiores. Continuando com o exemplo de Gonçalves (2011) apresentado anteriormente, o aluno pode decompor o 10 em 6+4, ficando 6+4-4. Desta forma, o aluno pode responder logo que o resultado é 6. O aluno pode também decompor o 10 em 5+5, ficando 5+5-4. Ao tirar 4 do 5 fica 1 e ao juntar 5+1 dá 6.

No caso de números maiores, por exemplo 48-29, o aluno pode decompor o número 29 em 2+10+10+7 e, através da reta numérica, fazer 48+2+10+10+7, chegando ao número 77. (Van Heuvel-Panhuizen, Buys, & Treffers, 2001)

Segundo Gonçalves (2011), “Ao longo do processo de transição de níveis os alunos memorizaram um número significativo de factos básicos que poderão usar na resolução de problemas e exploração de estratégias e propriedades dos números e operações” (p. 15). Desta forma, no último nível de cálculo, o cálculo formal, os alunos, apesar de anotarem paços intermédios, possuem conhecimentos suficientes para realizarem cálculos mentais, sem necessidade de recorrer a qualquer cálculo visual ou a materiais estruturados.

Tendo em conta o que referi anteriormente sobre os níveis de cálculo, é importante planear um percurso de ensino/aprendizagem que permita aos alunos desenvolverem o seu conhecimento, passando por todos esses níveis. Ao planear este percurso, é necessário ter em atenção que cada aluno progride de forma diferente, sendo que alunos de uma mesma turma podem encontrar-se em níveis de cálculo distintos.

Para a resolução de problemas de subtração com números mais pequenos, Fuson et al. (1997), referidos por Gonçalves (2011), afirmam que numa fase inicial os alunos utilizam um processo básico aquando da resolução de problemas, sendo que “partem do total de objectos, retiram alguns e contam os objectos restantes para obter a diferença” (p. 11).

Numa fase mais avançada, os alunos passam a recorrer a processos como contar para trás, “partindo do aditivo para chegar ao subtrativo, ou partindo do aditivo para chegar ao resto”, ou contar até, “partindo do subtrativo para chegar ao aditivo” (*idem*, pp. 11-12).

A ideia de Fuson et al. (1997), referida anteriormente, adequa-se melhor a cálculos com números com um dígito, apesar de poderem ser utilizadas em cálculos com números multidígitos. Segundo Ferreira (2012), “Embora os processos de cálculo necessários para fazer cálculos com números com um só dígito possam ser também aplicados para resolver problemas com números com vários dígitos, estes rapidamente se tornam ineficazes quando os números ficam maiores” (pp. 75-76).

Desta forma, para números maiores Fuson et al. (1997) identificaram que os alunos utilizavam as seguintes estratégias: sequencial; combinar unidades separadamente, também designada por decomposição; e compensação. De modo a caracterizar cada uma destas estratégias, recorro ao explicitado por Ferreira (2012) no que se refere ao cálculo 62-28.

Para calcular 62-28 utilizando uma estratégia sequencial, pode pensar-se da seguinte forma: de 62 tiro 20 e fico com 42. Depois retiro 2 ao 42 e fico com 40. A seguir, preciso apenas de tirar 6, ficando com 34.

Para calcular 62-28 utilizando uma estratégia de decomposição, também designada de combinar unidades separadas, pode raciocinar-se do seguinte modo: de 60 tiro 20 e fico com 40. Como não posso tirar 8 de 2, tiro 2 de 2. Ainda falta tirar 6. Do 40 tiro 6 e fico com 34.

Para calcular 62-28 utilizando uma estratégia de compensação, pode pensar-se da seguinte forma: de 62 tiro 30 e fico com 32. Como era para tirar 28, tenho de fazer mais 2, ficando com 34.

Para Thompson (1995), referido por Gonçalves (2011), as estratégias utilizadas em problemas de subtração com números até 20 designam-se por: contar o que sobra; contar para trás a partir de; contar para trás até; e contar para a frente. De forma a

caracterizar as estratégias referidas por Thompson (1995), exemplifico cada uma através do cálculo $10-3$: para contar o que sobra, o aluno conta dez dedos, baixa três e conta os que sobram; para contar para trás a partir de, o aluno diz dez e conta para trás três números, “9, 8, 7”; para contar para trás até, a criança diz dez e conta para trás até três, “9, 8, 7, 6, 5, 4, 3”; e para contar para a frente, a criança diz três e depois conta sequencialmente até dez, “4, 5, 6, 7, 8, 9, 10”.

Ainda para problemas de subtração com números até 20, Thompson (1999) “dá realce às estratégias de contagem uma vez que as crianças nos primeiros anos, quando ainda não têm o cálculo estruturado, recorrem frequentemente à contagem para efectuar cálculos” (Gonçalves, 2011, p. 17). Para além das estratégias de contagem, o autor refere ainda um grupo de estratégias que denomina por estratégias de cálculo. Segundo Gonçalves (2011), Thompson (1999) “Salienta como estratégias de contagem: contar a partir do primeiro número; contar a partir do número maior; contar para trás a partir de; contar para trás até e contar para a frente a partir de” (p. 17) e como estratégias de cálculo: a utilização dos quase dobros; utilizar a subtração como operação inversa da adição; utilizar a estrutura do 5 e do 10, compensar e redistribuir.

Para problemas de subtração com números até 100, Thompson (1999) “identifica quatro tipos de estratégias mais usadas pelos alunos” (Gonçalves, 2011, p. 18), sendo estas: decomposição decimal; saltar ou método cumulativo ou sequencial; método misto; e compensação.

Na primeira estratégia, decomposição decimal, “as dezenas e as unidades são tratadas separadamente” (*idem*, p. 18). Esta estratégia pode ser eficaz mas também levar o aluno ao erro. Exemplificando a afirmação anterior: ao resolverem o cálculo $28-17$, através desta estratégia, os alunos podem fazer $20-10=10$, depois $8-7=1$ e por fim $10+1=11$, chegando à resposta correta; no caso do cálculo $52-38$, os alunos podem fazer $50-30=20$, depois $8-2=6$ e por fim $20+6=26$, levando a uma resposta incorreta.

Na estratégia saltar, também denominada método cumulativo ou sequencial, os alunos utilizam, tal como o nome indica, saltos na resolução do problema. Neste caso, citando o exemplo de Gonçalves (2011) “para calcular $54-26$, o aluno do 54 dá

um salto de 20 para trás e fica no 34, a seguir salta 4 para fazer 30 e depois um salto de 2 que faz 28” (p. 18).

A terceira estratégia, método misto, é uma junção da estratégia decomposição decimal com saltar. Exemplificando esta estratégia com o cálculo 36-23, o aluno poderia partir do 30, dar um salto “para trás” de 20, chegando a 10. De seguida dar um salto “para a frente” de 6, obtendo 16 e por fim dar um salto “para trás” de 16 até 13, chegando ao resultado.

A última estratégia, de compensação, é também identificada como saltar para além de. Na utilização desta estratégia recorre-se aos “próximos de múltiplos de dez” (*idem*, p. 18) sendo que, para resolver o cálculo 22-5, o aluno parte do 20, dá um salto “para trás” de 5, chegando ao 15, e no final dá um salto “para a frente” de 2, obtendo 17. No caso de o cálculo ser, por exemplo, 18-6, o aluno parte do 20, dá um salto “para trás” de 6, chegando ao 14, e no final dá mais um salto “para trás” de 2, obtendo o número 12. Vendo os exemplos apresentados, pode-se concluir que “Esta estratégia é mais eficiente quando os números são de uma ordem de grandeza próxima de múltiplos de dez” (*idem*, p. 18).

Beishuizen (1997) classificou o modo como os alunos resolviam os problemas de forma semelhante a Thompson (1999), apesar de haver uma diferença entre um autor e o outro. Tal como foi referido, Thompson (1999) classifica as respostas dos alunos como estratégias de resolução de problemas enquanto que Beishuizen (1997) as categoriza como procedimentos de cálculo, uma vez que para este autor a estratégia é uma “escolha de opções relacionadas com a estrutura do problema” e procedimento é uma “execução de passos de cálculo relacionados com os números no problema” (p. 127).

Para Beishuizen (1997), os alunos utilizam dois procedimentos de cálculo: cálculo sequencial, também conhecida por método dos saltos (Ferreira, 2012), e cálculo por decomposição. Cada um destes tipos de procedimentos inclui ainda subconjuntos de procedimentos específicos. O cálculo sequencial inclui os

procedimentos N10, N10C e A10 e o cálculo por decomposição inclui os procedimentos 1010 e 10s. Estes procedimentos são apresentadas na figura seguinte.

Subtracção (com agrupamento): $65 - 49$, $51 - 49$

Sequência dos procedimentos:

$$\text{N10: } 65 - 40 = 25; 25 - 5 = 20; 20 - 4 = 16$$

$$\text{N10C: } 65 - 50 = 15; 15 + 1 = 16$$

$$\text{A10: } 65 - 5 = 60; 60 - 40 = 20; 20 - 4 = 16$$

$$\text{A10: } 49 + 1 = 50; 50 + 10 = 60; 60 + 5 = 65; \\ \text{resposta: } 1 + 10 + 5 = 16 \text{ (por meio da adição)}$$

$$\cap^*: 51 - 49 = 2 \text{ (porque } 49 + 2 = 51)$$

Procedimentos de decomposição:

$$1010: 60 - 40 = 20; 5 - 9 = 4 \text{ (falso inverso)}$$

$$20 + 4 = 24 \text{ (solução falsa)}$$

$$10s: 60 - 40 = 20; 20 + 5 = 25; 25 - 9 = 16$$

Figura 1 - Procedimentos de cálculo mental para a adição e subtração até 100 (Adaptado de Ferreira, 2012, p. 78)

Na figura anterior, tal como já referido, são apresentados os principais procedimentos de cálculo, e as suas definições, classificados por Beishuizen (1997). Apesar de todos os procedimentos especificados na figura anterior, o autor considera dois desses processos fundamentais, nomeadamente o N10 para os procedimentos sequenciais e o 1010 para os procedimentos de decomposição (Ferreira, 2012).

Igualmente ao método cumulativo ou sequencial de Thompson (1999), no procedimento N10 são utilizados “saltos para trás”, no caso da subtração, até chegar ao resultado. Considerando o exemplo apresentado na figura, para calcular $65 - 49$ através deste procedimento, o aluno poderia: de 65 retirar 40, ficando 25. Depois retirar 5 do 25, ficando 20. E por fim retirar 4 do 20, ficando com 16.

Apesar de não serem comuns, também é possível verificar-se os restantes procedimentos sequenciais indicados na figura, nomeadamente os procedimentos N10C e A10. Segundo Beishuizen (1997), para calcular $65 - 49$ através do procedimento N10C, ou seja “saltos” com compensação, o aluno poderia: retirar 50 de 65, ficando 15,

e depois juntar 1 ao 15, ficando 16. Para realizar o mesmo cálculo através do procedimento A10, ou seja a aproximação à décima mais próxima, o aluno poderia: retirar 5 ao 65, ficando 60. Depois retirar 40 ao 60, ficando 20. E por fim retirar 4 ao 20, ficando 16. Outra forma de realizar o mesmo cálculo através deste procedimento seria começar pelo número mais pequeno. Desta forma o aluno poderia: juntar 1 ao 49, ficando 50. Depois juntar 10 ao 50, ficando 60. De seguida juntar 5 ao 60, chegando ao 65. Por fim, juntaria os saltos dados ($1+5+10$), chegando ao resultado (15).

Já no método 1010, semelhante à decomposição decimal de Thompson (1999), os números são decompostos em dezenas e em unidades, sendo subtraídos em separado e o resultado de ambas junto no final. Seguindo ainda o exemplo apresentado na figura, para fazer $65-49$ o aluno poderia: de 60 retirar 40, ficando 20. De 5 retirar 9, ficando 4. E por fim juntar 4 ao 20, ficando 24. Como é possível verificar, esta forma de calcular $65-49$ levou o aluno em erro. Desta forma, contrariamente ao que acontece com o procedimento N10, o procedimento 1010 referido por Beishuizen (1997) “dá origem a um maior número de erros, sobretudo nos problemas de subtração que exigem o reagrupamento” (Ferreira, 2012, p. 79). Desta forma, o procedimento de decomposição 10s “poderá ser encarado como uma adaptação do 1010, com o objetivo de ultrapassar as dificuldades verificadas.” (*idem*, p. 79) Assim, calculando $65-49$ através do procedimento 10s, o aluno poderia: retirar 40 de 60, ficando com 20. Depois juntar 5 ao 20, ficando 25. E por fim retirar 9 ao 25, ficando 16.

Dificuldades na resolução de problemas

Segundo Almeida (2006) e Pereira (2008) “Na área da Matemática, a temática na qual os alunos apresentam mais dificuldades é a resolução de problemas” (Sousa, 2015, p. 33). Para além de esta temática ser considerada difícil em termos globais, há também autores que identificam outras dificuldades dos alunos na resolução de problemas. Estas podem estar associadas com o “nível da interpretação e compreensão dos enunciados; o contexto do problema; o conteúdo e o comportamento heurístico” (*idem*, p. 33).

As dificuldades ao nível da interpretação e compreensão dos enunciados podem resultar “essencialmente das competências manifestadas na Língua Portuguesa” (Costa & Fonseca, 2009, p. 7), e não estar relacionados com competências matemáticas. As dificuldades referentes à Língua Portuguesa evidenciam-se principalmente na primeira e última parte da resolução do problema, uma vez que estas abrangem “a compreensão e interpretação de enunciados e justificação e explicação dos raciocínios efetuados, sejam oral ou escrita” (Sousa, 2015, p. 34).

O contexto dos problemas pode ser um fator relevante para se resolver o mesmo. Segundo Gonçalves (2008), as dificuldades dos alunos podem estar relacionadas com o contexto quanto à interpretação dos problemas ou à realização de cálculos/contagens, quando o mesmo não possui uma imagem que o represente ou onde ‘os “objetos” não estão todos visíveis’ (p. 170). O facto de o contexto dos problemas não ser familiar aos alunos, pode também ser uma causa para que os mesmos apresentem dificuldade na sua resolução.

Também Costa e Fonseca (2009) identificam alguns aspetos que podem constituir dificuldades para os alunos na resolução de problemas, afirmando que

Na Matemática, os alunos revelaram dificuldades em ultrapassar ideias pré-concebidas sobre a resolução de problemas, nos conhecimentos e domínios de técnicas, na selecção da estratégia de resolução do problema, na inter-relação entre os raciocínios, motivada pelas várias questões apresentadas em cada tarefa e na comunicação, nomeadamente, na demonstração e explicitação dos raciocínios usados. (p. 9)

Para além das dificuldades associadas à primeira e última fases já referidas, os alunos podem também revelar dificuldades aquando da escolha/utilização da estratégia para resolver o problema, dado que as estratégias de resolução de problemas são uma representação dos raciocínios dos alunos (O'Connell, 2007). É possível ainda constatar “dificuldades ao nível dos conteúdos matemáticos implícitos no problema” que podem estar “relacionadas com a capacidade para usar conhecimentos adquiridos” (Sousa, 2015, p. 34).

Um exemplo referido por Ferreira (2012) e Gonçalves (2011), é o facto de o aluno manifestar “dificuldade na compreensão da relação entre o significado do problema e o cálculo necessário à sua resolução” (Ferreira, 2012, p. 504). Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, os estudos de Garofalo e Lester (1985) e de Schoenfeld (1987) evidenciam que, na sua maioria, “o insucesso dos alunos, aquando da resolução de problemas, não se deve à falta de conhecimentos matemáticos, mas antes à deficiente utilização dos mesmos” (NCTM, 2008, p. 60).

Por fim, é importante referir ainda que a motivação é também um originador das dificuldades que se possam manifestar durante a resolução de problemas (Sousa, 2015), uma vez que “é importante que o aluno tenha vontade de resolver o problema” (Pólya, 2003 referido em Sousa, 2015, p. 35).

Aprendizagem da subtração nas orientações curriculares

Tal como é explicitado nas Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática, citadas por Ponte e Serrazina (2006),

Um currículo é um plano operacional de ensino que descreve em pormenor o que os alunos de Matemática precisam de saber, de que forma os alunos devem atingir os objetivos identificados no currículo, o que é que os professores devem fazer para ajudar os alunos a desenvolver os seus conhecimentos matemáticos, e o contexto em que a aprendizagem e o ensino devem processar-se (pp. 71-72).

O currículo de Matemática, de forma a enriquecer as aprendizagens dos alunos, deve seguir um conjunto de princípios pedagógicos. Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, “Um currículo é mais do que um conjunto de atividades: deve ser coerente, incidir numa matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade” (NCTM, 2008, p. 15).

Apesar de a Matemática ser organizada em vários temas (números e operações, geometria, análise de dados e probabilidades, entre outros) e esses temas serem subdivididos em outros, esta deve ser ensinada como uma só, interligando os mesmos. Desta forma, “Um currículo coerente organiza e integra, de forma eficaz, ideias matemáticas relevantes, de modo que os alunos possam compreender como

essas ideias se constroem a partir de – ou como se relacionam com – outras ideias, o que lhes permite desenvolver novos conhecimentos e capacidades” (*idem*, p. 15).

O currículo deve incidir numa matemática relevante pois os alunos devem perceber o porquê das suas aprendizagens e porque é que a aprendizagem da matemática é importante, não só na escola mas também para o mundo que as rodeia e mesmo para o seu futuro.

Por fim, o currículo deve ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade “de modo que os professores, em cada nível, possam compreender a matemática aprendida, pelos alunos, no nível anterior bem como os conteúdos que é necessário que sejam focados nos níveis seguintes” (*idem*, p. 17). Desta forma, através de um currículo bem articulado, os alunos vão progredindo gradualmente na sua aprendizagem, consolidando capacidades e conceitos na altura ideal.

Um dos temas que possui bastante peso no anterior programa de Matemática do 1º ciclo do ensino básico (ME, 2007) é a resolução de problemas. Esta, tal como é afirmado por Boavida et al. (2008), é “a essência da matemática” e “tem vindo a ser reconhecida como uma actividade relevante no currículo da Matemática escolar desde a publicação de An agenda for action (NCTM, 1980) até aos dias de hoje” (p. 13).

No atual programa de Matemática, é indicada a resolução de problemas como um dos principais objetivos do ensino básico, em particular do 1º ciclo, pois “É fundamental que os alunos não terminem este ciclo de ensino conseguindo responder corretamente apenas a questões de resposta imediata” (Ministério da Educação, 2013, p. 5).

Quanto ao tema Números e Operações, referindo-se à aprendizagem das operações, o NCTM afirma que “Os programas de ensino do pré-escolar ao 12.º ano deverão habilitar todos os alunos para:

- “- Compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si;
- Calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis” (NCTM, 2008, p. 34).

Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) de 2007, os alunos devem ser capazes de efetuar procedimentos de cálculo rotineiros (Ponte J. , et al., 2007, p. 4). Neste Programa é ainda referido que o estudo do tema Número e Operações “tem por base três ideias fundamentais: promover a compreensão dos números e operações, desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo” (*idem*, p. 7). Tal como já foi referido na introdução, o NCTM afirma que “a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido de número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético constituem o cerne da educação matemática para os primeiros anos do ensino básico” (NCTM, 2008, p. 34).

O novo Programa de Matemática do Ensino Básico de 2013, embora não refira explicitamente o desenvolvimento do sentido de número, refere que é crucial que os alunos do 1º ciclo do ensino básico “adquiram durante estes anos fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações. Note-se que esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental” (ME, 2013, p. 6).

Referindo-se às operações adição e subtração, o NCTM (2008) explicita que “os alunos deverão deparar-se com uma variedade de significados da adição e da subtração de números inteiros” (p. 3), sendo essencial que seja trabalhado, primeiramente, o cálculo mental, associado a estas operações, e só posteriormente os algoritmos com elas relacionadas.

Ainda segundo o atual programa de Matemática (ME, 2013), é importante que os alunos percebam a relação existente entre a subtração e a adição e que os professores aumentem o grau de complexidade dos problemas, aumentando o número de passos necessários para a resolução dos mesmos, de forma a estimular a aprendizagem do aluno. Articulado a compreensão de conceitos com competências de cálculo, o NCTM (2008) destaca que é igualmente importante que haja um “equilíbrio entre a compreensão de conceitos e a competência de cálculo” (p. 37) para que o aluno consiga progredir na sua aprendizagem e calcular de forma eficaz.

Capítulo III - Metodologia de Investigação

No presente capítulo descrevo e justifico as opções metodológicas adotadas nesta investigação. Posteriormente caracterizo o contexto e os participantes do estudo e, por fim, explico os processos de recolha e análise de dados usados no presente estudo.

Opções metodológicas

Estudo Qualitativo

Uma investigação segue um determinado paradigma que diz respeito à “natureza da investigação e à concepção do conhecimento” (Pacheco, 1993 referido em Coutinho, 2011, p. 9). Desta forma, a autora aponta três tipos paradigmas: o positivista, o qualitativo e o sócio-crítico.

O paradigma positivista, também denominado por quantitativo, empírico-analítico, racionalista e empiricista, engloba investigações de cariz quantitativo. Assim, numa investigação inserida num paradigma positivista “o investigador deve levantar hipóteses e submete-las à confrontação empírica (falsificação) sob rigoroso controlo experimental” (Coutinho, 2011, p. 11). Apoiando-se em alguns autores, Coutinho (2011) afirma que, para além de ser quantitativa, a principal característica deste paradigma é que “por trás de uma investigação há sempre uma teoria que a orienta e, muitas das vezes, o objetivo central da investigação científica é pura e simplesmente a verificação dessa mesma teoria” (*idem*, pp. 11-12).

No paradigma qualitativo, também designado por hermenêutico, naturalista e construtivista, privilegiam-se as “noções científicas de (...) *compreensão, significado e ação*” (*idem*, p. 16). Desta forma, o paradigma qualitativo caracteriza-se pela compreensão do significado que os acontecimentos e interações têm para os sujeitos investigados em situações particulares. Outra particularidade deste paradigma é o

facto de ser de natureza interpretativa, uma vez que tenta compreender “o modo como as pessoas percebem, explicam e descrevem o mundo que as rodeia e em que habitam” (*idem*, p. 16).

Por fim, o paradigma socio-crítico, também conhecido como emancipatório, é um paradigma semelhante ao qualitativo, descrito anteriormente, sendo a sua grande diferença “a inclusão da componente ideológica” que lhe confere “um cariz muito mais interventivo” (*idem*, p. 20).

Assim, em termos metodológicos, tendo em consideração que o trabalho realizado teve como fim o estudo dos procedimentos e das diferentes estratégias que os alunos do 2.º ano utilizaram para a resolução de problemas de subtração e as definições de Coutinho (2011) para os diferentes paradigmas, penso que a minha investigação se enquadra numa abordagem qualitativa de natureza interpretativa.

Para os autores Bogdan e Biklen (1994), uma investigação qualitativa possui 5 características: a fonte direta dos dados é o ambiente natural; é uma investigação descritiva; os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelo resultado; os investigadores tendem a analisar os dados de forma indutiva; e o significado é essencial nesta abordagem. Segundo estes autores, um estudo pode seguir uma abordagem metodológica qualitativa mesmo não contento “estas características com igual eloquência” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 47).

Segundo os autores indicados, a primeira característica da investigação qualitativa define-se pelo facto de os investigadores realizarem a recolha de dados de forma direta, ou seja nos locais de estudo, pois “as acções podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência” (*Idem*, p. 48). Esta recolha de dados, apesar de ser obtida diretamente no local do estudo, pode ser feita de várias formas, como por exemplo através de observação participante, apoiando-se em diários de campo, registos escritos e gravações áudio e vídeo.

A segunda característica define-se pela recolha de dados “em forma de palavras ou imagens e não de números” (*idem*, p. 48), ou seja, há uma descrição, ou mesmo transcrição, das situações e dos dados recolhidos ao longo da investigação, dando importância a todos os detalhes.

Numa investigação qualitativa, os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelo resultado pois, para estes, nada serve estudar o resultado se não se perceber todo o processo que levou ao mesmo.

A quarta característica define-se pelo facto de, quando se realiza um estudo qualitativo, não se querer provar ou confirmar um caso previamente conhecido, mas sim construir factos através do contacto com os sujeitos e dos resultados obtidos ao longo da investigação.

Na quinta característica, “Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador” (*idem*, p. 51).

Desta forma, penso que a esta investigação enquadra as primeiras quatro características da investigação qualitativa apresentadas, ou seja “a fonte direta dos dados é o ambiente natural em que o investigador é uma figura central, interessando-se mais pelos processos do que pelos resultados, mediante um processo de interpretação que visa a descoberta das explicações subjacentes aos fenómenos” (Oliveira, 2006, p. 33).

Estudo de caso

O estudo de caso insere-se na investigação qualitativa em educação e “consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico” (Merriam, 1988 referido em Bogdan & Biklen, 1994, p. 89).

Para Yin (2001), um estudo de caso verifica-se quando se realiza “uma questão do tipo “como” ou “por que” sobre um conjunto contemporâneo de acontecimentos

sobre o qual o pesquisador tem pouco ou nenhum controle” (Yin, 2001, p. 28). Segundo o autor, estudos de caso investigam um acontecimento no seu contexto da vida real quando “os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos” (*idem*, p. 32).

Por outras palavras

os estudos de caso enquanto abordagem qualitativa possuem características próprias e constituem a estratégia preferida quando se opta por responder a questões em que o investigador não pode exercer controlo sobre os acontecimentos e o estudo focaliza-se na investigação de um fenómeno atual no seu próprio contexto (Carmo e Ferreira, 2008, referido em Sobral, 2015, pp. 40-41).

A autora Coutinho (2011) define estudo de caso como sendo “um plano de investigação que envolve o estudo intensivo e detalhado de uma entidade bem definida: o “caso”” (p. 293). No que toca a uma investigação em Ciências Sociais e Humanas, este caso que a autora refere, pode ser “indivíduos; atributos de indivíduos; acções e interações; actos de comportamento; ambientes, incidentes e acontecimentos; e ainda colectividades” (p. 293).

Num estudo de caso, tal como o próprio nome indica, estuda-se um certo caso, dos referidos anteriormente (Coutinho, 2011). No caso desta investigação, estudo um pequeno grupo de alunos, sendo este o meu caso.

De forma a resumir a definição de estudo de caso, Coutinho (2011) baseia-se em vários autores (Yin, 1994; Gomez et al., 1996; Ponte, 1994; e Punch, 1998) afirmando que

o estudo de caso é uma *investigação empírica* (Yin, 1994); que se baseia no *raciocínio indutivo* (Gomez et al., 1996); que depende fortemente do *trabalho de campo* (Ponte, 1994); que *não é experimental* (Punch, 1998); que se baseia em *fontes de dados múltiplas e variadas* (Yin, 1994) (p. 294).

Como finalidade, visto os meus objetivos, pretendo analisar e interpretar as diferentes estratégias utilizadas por três alunos aquando da resolução de problemas, enquadrando este num estudo de caso.

Contexto e participantes

A proposta pedagógica, e consequentemente o estudo, foi realizado em contexto de sala de aula, durante o estágio. Este teve uma duração de 11 semanas e realizou-se numa escola de 1.º ciclo, situada numa zona rural.

Seguidamente realizei uma caracterização do contexto e da turma e descrevo sucintamente algumas características de cada participante que analiso para este estudo.

Caracterização do contexto

A escola onde realizei o meu estudo pertence a um agrupamento que engloba um total de 6 instituições, sendo duas de 1.º ciclo com jardim-de-infância, três de 1.º ciclo e uma de 2.º e 3.º ciclos (escola sede do agrupamento).

A escola possui cerca de 53 anos e situa-se numa zona rural, onde maioritariamente habitam famílias de classe média ligadas ao setor terciário. É uma escola relativamente pequena que, neste ano letivo, acolhe 51 alunos, distribuídos por duas turmas, uma de 1.º e outra de 3.º e 4.º ano as quais são constituídas por 25 e 26 alunos, respetivamente. A existência de duas turmas deve-se ao facto de a escola só conter duas salas e à introdução obrigatória das Atividades Extracurriculares (AEC's) que levou à regularização dos horários escolares, tornando impossível a formação de quatro turmas.

Caracterização da turma

A turma com a qual elaborei o presente estudo pertence ao 2.º ano de escolaridade e é composta por 25 alunos, sendo 17 do sexo feminino e 9 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os seis e os sete anos de idade. Dezoito destes iniciaram a escolaridade com cinco anos, sendo condicionais, e um dos alunos está sinalizado com Necessidades Educativas Especiais.

Segundo uma conversa informal com a professora cooperante, o grupo era bastante agitado, no sentido em que se levantavam frequentemente e que conversavam uns com os outros durante a aula.

Quanto às áreas curriculares, os alunos apresentavam um grande à vontade com o Estudo do Meio e possuíam algumas dificuldades nas outras duas áreas curriculares, principalmente na área da Matemática.

Alunos participantes

Uma vez que os problemas foram propostos em sala de aula, todos os alunos da turma, exceto o aluno com necessidades educativas especiais, participaram na sua resolução. Contudo, para o presente estudo, selecionei três alunos para proceder à análise das suas resoluções dos problemas propostos de forma aprofundada.

Aquando da seleção dos alunos, tive em atenção o seu nível e ritmo de aprendizagem e as suas respostas aos problemas propostos, selecionando alunos que utilizassem diferentes estratégias para resolver um mesmo problema e que fossem bons informantes do ponto de vista da investigação. Assim, selecionei três alunos, nomeadamente a Ana, a Beatriz e o João.

Ana

Ana tem 6 anos de idade. É uma menina sociável, extrovertida, bastante interessada na escola e alegre. É uma aluna que se distrai com facilidade, conversando com os colegas, mas que termina todas as tarefas propostas em sala de aula.

De acordo com informações da professora cooperante e com a observação realizada, Ana é boa amiga e colega, ajudando os seus colegas quando se apercebe que os mesmos se encontram com dificuldades.

Na exploração dos problemas propostos, Ana participava ativamente nos mesmos, procurando resolver bem os problemas e tendo em atenção as estratégias que utilizava.

Beatriz

Beatriz tem 7 anos de idade. É uma menina sociável, interessada na escola e alegre mas um pouco envergonhada. É uma aluna que se mantém atenta durante as aulas, não conversando muito com os colegas.

A aluna possui algumas dificuldades na aprendizagem, nas diferentes áreas curriculares, mas que, dado ser interessada, consegue ultrapassar as suas dificuldades. Também é boa amiga e colega, auxiliando os colegas quando necessário.

Beatriz participava ativamente na exploração dos problemas propostos, mostrando-se empenhada para os realizar, mesmo quando possuía dúvidas.

João

João tem 6 anos de idade. É um menino muito tímido com os adultos, interessado na escola, apesar das suas dificuldades, e alegre. É um aluno que se distrai com bastante facilidade e que conversa muito com os colegas durante as aulas.

Apesar de possuir bastantes dificuldades na aprendizagem, nas diferentes áreas curriculares, João empenha-se muito na realização das tarefas, esforçando-se para as realizar corretamente.

Nos problemas propostos, João participava ativamente nos mesmos, mostrando-se motivado mesmo quando não os conseguia realizar.

Métodos de recolha de dados

Para o presente estudo, utilizei dois métodos de recolha de dados, realizado inteira e pessoalmente por mim, nomeadamente a observação participante e a recolha documental. Esta recolha procedeu-se em sala de aula, durante a exploração dos problemas da proposta pedagógica e incluem os registos escritos produzidos pelos alunos.

Apesar de ter escolhido apenas os casos de três alunos no âmbito da investigação que efetuei, a proposta pedagógica foi realizada por todos os alunos da turma.

Observação participante

A observação participante “é uma modalidade de observação na qual... se pode assumir uma variedade de funções dentro de um estudo de caso e se pode, de facto, participar nos eventos que estão a ser realizados” e que “fornece certas oportunidades incomuns para a coleta de dados em um estudo de caso” (Yin, 2001, p. 116)

Em conformidade com Bogdan e Biklen (1994), a observação participante é uma das melhores técnicas de recolha de dados, aquando da realização de uma investigação qualitativa, uma vez que complementa as outras técnicas de recolha de dados.

Este método de recolha de informação foi importante no sentido em que me permitiu perceber como é que os alunos realizavam o problema e pensavam nas estratégias de resolução de modo a facilitar a posterior análise dos seus registos escritos.

A observação realizada insere-se na observação participante uma vez que tive contacto direto com o grupo turma, que realizou os problemas, e participei, até certo ponto, como elemento do mesmo, ganhando a sua confiança e consciencializando-os da importância da investigação.

A observação foi complementada com apontamentos e gravações áudio, recolhidas aquando da exploração dos problemas na sala de aula.

Recolha documental

A recolha documental pode ser definida como “uma grande quantidade de material físico e escrito recolhido pelo investigador” (Merriam, 1988, p. 104). Estes materiais recolhidos “surtem num determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto” (Lüdke & André, 1986, p. 39) Segundo Merriam (1988), “os documentos de todos os tipos podem ajudar o investigador a revelar significado, desenvolver compreensão e a descobrir insights relevantes para o problema de investigação” (p. 118).

Dada a importância deste tipo de recolha de dados, “É essencial alguma coerência entre os documentos e o problema de investigação” (Ferreira, 2012, p. 150).

Uma vez que a recolha documental teve um grande peso nesta investigação, penso que este método de recolha de dados é o método de pesquisa central do estudo. Este compreende os registos escritos produzidos pelos alunos em sala de aula, relativamente aos problemas propostos.

Este método de recolha de dados permitir-me-á analisar pormenorizadamente as diferentes estratégias dos alunos, comparando as mesmas de um problema para outro, permitindo-me perceber quais as estratégias usadas e como as desenvolveram e quais as suas dificuldades.

Processo de recolha de dados

O processo de recolha de dados decorreu ao longo do estágio. Como já foi referido anteriormente, o estágio desenvolveu-se durante 11 semanas entre o mês de outubro e o mês de janeiro.

Desta forma, foram explorados 8 problemas em sala de aula, em dias diferentes, recolhendo os dados necessários para esta investigação. Em cada uma das sessões recolhi dados através da observação, elaborando apontamentos ao longo da realização dos problemas, e tendo realizado gravações áudio dos momentos de introdução do problema e de discussão das resoluções dos alunos.

Na tabela seguinte indico, cronologicamente, o processo de recolha de dados ao longo do estudo.

Tabela 1 - Síntese cronológica do processo de recolha de dados

	<i>Observação participante e recolha documental</i>
<i>Dias do mês de outubro</i>	27
<i>Dias do mês de novembro</i>	10 / 24
<i>Dias do mês de dezembro</i>	9 / 15
<i>Dias do mês de janeiro</i>	5 / 6

Durante a recolha de dados, desempenhei o papel de observadora participante a par com o papel de professora estagiária. Ao longo da observação fui tirando apontamentos, sempre que se justificava. Além disso procedi a gravações no início e no final da exploração de cada problema, registando a discussão inicial e a apresentação das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos. Por fim, no final da exploração dos problemas, recolhi os registos escritos dos alunos, de forma a proceder à sua posterior análise.

Processo de análise dos dados

A análise de dados

é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 205)

A análise dos dados para o presente estudo iniciou-se durante o processo de recolha de dados, uma vez que, ao analisar os dados logo após a sua recolha, me permitiu planear os problemas seguintes, adequando-os às aprendizagens dos alunos. Assim, a primeira fase do processo de análise dos dados consistiu na leitura das produções dos alunos.

Numa segunda etapa, realizada após a recolha de todos os dados necessários à investigação, procedi à leitura atenta de todos os documentos produzidos pelos alunos, analisando-os de forma a organizar, interpretar e atribuir significado às suas produções.

De forma a organizar a análise dos dados, começo por analisar cronologicamente as produções dos alunos, uma de cada vez. Para realizar esta análise, foquei-me num ponto importante para responder a uma das questões do estudo: as estratégias usadas pelos alunos para resolver cada um dos problemas de subtração propostos. Seguidamente sintetizo os aspetos abordados ao longo da análise das produções de cada aluno, elaborando um

quadro síntese para analisar e compreender mais facilmente as estratégias usadas pelos alunos. Neste interligo as suas estratégias com alguns autores referidos na fundamentação teórica, mais propriamente Van Heuvel-Panhuizer et al. (2001) e Fuson et al. (1997). Por fim, analiso as dificuldades que cada aluno apresentou ao longo da resolução dos problemas.

Capítulo IV - Proposta pedagógica

Neste capítulo, foco-me na proposta pedagógica elaborada para a minha investigação. Considerando que o meu estudo incide na caracterização das estratégias de resolução de problemas usadas pelos alunos, explico os problemas propostos e descrevo a forma como os mesmos foram explorados em sala de aula.

Os problemas propostos

A proposta pedagógica é composta por oito problemas de subtração. Estes são diversificados no que diz respeito aos sentidos da operação indicada e aos números envolvidos.

A tabela seguinte apresenta os problemas propostos em sala de aula e as datas em que os mesmos foram explorados com os alunos do 2º ano.

Tabela 2 - Identificação dos problemas e datas em que foram realizados

<i>Problemas</i>	<i>Data</i>
P1 - Calcular com Dinheiro	27 de outubro de 2015
P2 - A Coleção de Cromos da Sofia	10 de novembro de 2015
P3 - Quando Estendi a Roupa	24 de novembro de 2015
P4 - Prendas de Natal	9 de dezembro de 2015
P5 - Vamos ao Cinema	15 de dezembro de 2015
P6 - Os Livros da Biblioteca	5 de janeiro de 2016
P7 - A Coleção de Cartas	6 de janeiro de 2016

O primeiro problema teve uma função de diagnóstico, uma vez que me permitiu verificar em que nível de aprendizagem se encontravam os alunos e, desta forma, saber como planificar os problemas seguintes.

Segundo Gonçalves (2011), referindo Dolk (2008),

Adoptando este entendimento, a ideia de que o professor precisa diagnosticar o que o aluno sabe e como pensa para, a partir daí, planificar a sua proposta de ensino, ganha força. É importante que o professor crie uma sequência de oportunidades de aprendizagem, ancorada na forma de pensar dos alunos, no que sabem e na sua progressão. (p. 3)

Esta última ideia vai ao encontro ao que é indicado pelo NCTM (1994), referido por Ferreira (2012), que afirma que

é importante que os professores escolham e construam propostas que “promovam nos alunos o desenvolvimento dos conceitos e dos processos de uma forma que simultaneamente estimule a capacidade de resolver problemas e de raciocinar e comunicar matematicamente” (p. 27). É essencial que o professor ao selecionar, adaptar e criar as tarefas tenha em atenção três aspetos que o NCTM (1994) considera importantes: “(i) o conteúdo matemático; (ii) os alunos e (iii) as suas formas de aprendizagem”. (pp. 171-172)

Desta forma, continuando o pensamento referido anteriormente, os problemas propostos foram planificados de modo articulado, tendo em atenção os alunos a que se destinavam, sendo que o grau de dificuldade aumenta de problema para problema, contribuindo para a progressão da aprendizagem dos mesmos. É ainda importante referir que tive o cuidado de elaborar problemas que retratassem situações reais e/ou do dia-a-dia dos alunos.

Seguidamente, caracterizo detalhadamente cada uma dos problemas explorados com os alunos.

P1 - Calcular com dinheiro

O primeiro problema, que me permitiu diagnosticar em que nível de aprendizagem se encontravam os alunos, encontrava-se dividido em duas partes, o P1a e P1b. Estes foram retirados de *1º Ano: Números e Operações*.

Dado ser de diagnóstico, esta escolha deveu-se ao facto de possuir números pequenos e, por sua vez, a diferença entre os mesmos ser igualmente pequena. Desta forma, foi-me possível verificar com que facilidade os alunos resolviam estes problemas, percebendo como deveria elaborar os problemas seguintes. Para além do

que referi, estes problemas tornam-se também importantes pois apresentam dois sentidos da subtração, nomeadamente o sentido de completar e o sentido de retirar.

Tal como mencionei anteriormente, o principal objetivo destes problemas foi diagnosticar os alunos, de forma a perceber como os mesmos entendiam os problemas e qual o nível de dificuldade que os seguintes deveriam possuir.

P2 - A coleção de cromos da Sofia

O problema *A coleção de cromos da Sofia* foi adaptado da tarefa *A coleção de cromos da Sara* de Elvira Ferreira (2012).

Neste problema, a subtração aparece associada ao sentido de completar, tendo como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal.

Uma vez que a maioria dos alunos havia resolvido os problemas anteriores sem dificuldade, resolvi aumentar um pouco os números e, principalmente, a diferença entre os mesmos. Primeiramente, pensei no número 60 para o número total de cromos. Escolhi este número pois é um “número redondo”, ou seja é um múltiplo de 10, o que facilita a resolução do problema, apesar do número ser maior que os utilizados nos problemas anteriores. Quanto ao número de cromos que a Sofia já possuía, pensei no número 15 de forma a dificultar um pouco pois, ao utilizar outro múltiplo de 10, o problema poderia tornar-se fácil, podendo não haver diferentes

estratégias na resolução do mesmo. A escolha do número 15 também se deveu ao facto de ser um quarto de 60 ($15+15+15+15=60$).

Apesar da estratégia sugerida anteriormente, que dificilmente os alunos utilizariam visto o grau de complexidade da mesma, os números escolhidos possibilitaria os alunos a fazer contagens progressivas ou regressivas de 5 em 5 ou de 10 em 10, podendo recorrer à adição ou subtração indireta.

P3 - Quando estendi a roupa

O problema *Quando estendi a roupa* foi elaborado por mim.

Aqui, a subtração aparece associada ao sentido de retirar, tendo como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal;
- Flexibilizar os cálculos adaptando as estratégias e procedimentos aos dados e situações específicas.

Os números utilizados neste problema foram escolhidos pois são números maiores que os do problema anterior e a diferença entre os mesmos é também maior. Uma vez que os alunos já haviam aprendido os números até 200, decidi utilizar um número que fosse maior que 100, para que resolvessem problemas com os números aprendidos. Os números do problema permitiriam que os alunos realizassem contagens progressivas ou regressivas de 10 em 10, o que, apesar dos números serem maiores, facilita a resolução do problema. O facto de 50 ser metade de 100 também

foi uma mais-valia aquando da escolha dos números uma vez que, a partir desse pensamento, se poderia verificar diferentes estratégias de resolução, como por exemplo: $50+50=100$ / $100+10+10+10=130$ / $50+10+10+10=80$.

P4 - Prendas de Natal

O problema *Prendas de Natal* foi adaptado da tarefa *A casinha das bonecas* de Elvira Ferreira (2012).

Neste problema, a subtração aparece associada ao sentido de comparar pois, até ao momento, os alunos ainda não haviam resolvido problemas com este sentido da subtração. Esta escolha teve como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal;
- Flexibilizar os cálculos adaptando as estratégias e procedimentos aos dados e situações específicas.

Aquando da escolha dos números, decidi aumentar a dificuldade utilizando ambos os números maiores que 100. Visto a grande dificuldade que poderia haver ao resolverem um problema com números maiores que 100, facilitei um pouco no sentido em que a diferença entre os mesmos é menor, tentando que não se perdessem no seu raciocínio.

Através dos números escolhidos, os alunos poderiam realizar contagens progressivas ou regressivas tanto de 5 em 5 como de 10 em 10, utilizando a adição ou

a subtração indireta. Os alunos poderiam utilizar também a subtração direta (145-105), apesar de ser uma estratégia um pouco mais complexa, podendo resolver da seguinte maneira: $145-100=45$ / $45-5=40$.

P5 - Vamos ao cinema

O problema *Vamos ao cinema* foi adaptado da tarefa *A ida ao cinema 1* de Elvira Ferreira (2012).

Neste problema a subtração aparece associada ao sentido de completar, tendo como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal;
- Flexibilizar os cálculos adaptando as estratégias e procedimentos aos dados e situações específicas.

Para o problema *Vamos ao cinema*, decidi escolher números com uma maior diferença entre si, em comparação aos problemas anteriores. Ao aumentar a diferença entre os números utilizados, e uma vez que o número 150 é um número grande em comparação aos utilizados anteriormente, havia a possibilidade de os alunos não o conseguirem resolver ou de obterem um resultado errado aquando da resolução do problema. Na minha opinião, penso que é importante que os problemas propostos aos alunos aumentem gradualmente de dificuldade para que os mesmos consigam evoluir na sua aprendizagem.

Os números disponibilizados neste problema possibilitava os alunos a realizarem contagens progressivas ou regressivas de 5 em 5 ou de 10 em 10, utilizando a adição ou a subtração indireta. Tal como no problema anterior, os alunos também poderiam realizar uma subtração direta ($150-45$), podendo resolver da seguinte forma: $150-40=110 / 110-5=105$.

P6 - Os livros da biblioteca

O problema *Vamos ao cinema* foi adaptado de um problema de Elvira Ferreira (2012).

Aqui, a subtração aparece associada ao sentido de retirar, tendo como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal;
- Flexibilizar os cálculos adaptando as estratégias e procedimentos aos dados e situações específicas.

Para este problema, tendo em conta os resultados obtidos no problema anterior, decidi aumentar a dificuldade e a diferença entre os números, sendo que escolhi um número maior que os já apresentados, o 190, e um menor, o 12. Ao escolher estes números, os alunos não poderiam apenas realizar contagens progressivas ou regressivas de 5 em 5 ou de 10 em 10 para chegar ao resultado. Desta forma, este problema poderia possibilitar os alunos a realizar contagens de 10 em 10 e de 2 em 2, através da adição ou da subtração indireta, ou a utilizar a subtração direta ($190-12$), podendo resolver da seguinte forma: $190-10=180 / 180-2=178$.

P7 - A coleção de cartas

O problema *A coleção de cartas* foi adaptado da tarefa *Os cromos Duel Masters* de Elvira Ferreira (2012).

Aqui, a subtração aparece associada ao sentido de comparar, tendo como objetivo:

- Compreender a relação entre as operações (adição e subtração);
- Selecionar estratégias e procedimentos adequados;
- Representar números na reta graduada e na reta não graduada;
- Usar múltiplas representações dos números;
- Realizar contagens progressivas e regressivas;
- Compor e decompor quantidades de diferentes formas;
- Compreender o sistema de numeração decimal;
- Flexibilizar os cálculos adaptando as estratégias e procedimentos aos dados e situações específicas.

Visto que este seria o último problema a ser realizado e os resultados obtidos nos problemas anteriores, decidi utilizar o número 200, dado que os alunos já haviam trabalhado com números menores. Uma vez que se iria trabalhar com um número “novo”, decidi diminuir a diferença entre os números do problema. Desta forma, decidi utilizar o número 102 de forma que, tal como no problema anterior, os alunos não pudessem apenas realizar contagens de 5 em 5 ou de 10 em 10 para chegar ao resultado.

Tendo em conta o referido anteriormente, este problema poderia possibilitar os alunos a realizar contagens de 10 em 10 e de 2 em 2, através da adição ou da subtração indireta, ou a utilizar a subtração direta ($200-102$), podendo resolver da seguinte forma: $200-100=100$ / $100-2=98$.

A exploração dos problemas em sala de aula

Os problemas referidos no ponto anterior foram explorados na sala de aula da mesma forma, sendo que se dividiram em três momentos: a apresentação dos problemas; a resolução do problema; e a apresentação e discussão das estratégias. Esta forma de explorar os problemas em sala de aula permitia aos alunos “partilhar e ouvir as ideias dos colegas para que entendessem o que era pedido e para se sentirem desafiados a realizar o problema” (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2012 referido por Sousa, 2015, p. 129), numa fase inicial; realizar uma exploração individual, estruturando as suas ideias e resolvendo o problema sozinhos; e “partilhar as suas aprendizagens, discutir as diversas estratégias e construir conhecimento matemático” (Sousa, 2015, p. 129).

Uma vez que o objetivo principal do estudo seria analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de subtração, o segundo momento indicado era realizado individualmente e sem a minha participação direta. Já o primeiro e último momentos, eram realizados em grupo turma, sendo estes orientados por mim. Seguidamente descrevo cada um dos momentos realizados ao longo dos problemas propostos.

Apresentação do problema

Neste primeiro momento, inicialmente foi indicado aos alunos que me encontrava a fazer um estudo para a minha escola, explicando de forma simples o que pretendia e o que era necessário fazer para a concretização do mesmo. Esta explicação mais pormenorizada foi realizada somente na realização do primeiro problema, uma vez que os alunos perceberam que haveria outros durante o estágio, sendo apenas necessário indicar que se iria realizar um “problema para a minha escola”.

De seguida, era distribuído um problema por cada aluno e solicitado que escrevessem o seu nome e a data, que o lessem para si e que esclarecessem eventuais dúvidas acerca dos mesmos. Posteriormente, era solicitado a um aluno que lesse o problema em voz alta e, caso houvesse, eram retiradas as dúvidas dos alunos. Nesta

fase, tinha em atenção quais as dúvidas que os alunos tiravam, de modo a não revelar algo que pudesse influenciar a forma como os alunos resolviam o problema.

Uma vez que os dois primeiros problemas, P1a e P1b, apenas continham ilustrações, este passo indicado anteriormente desenvolveu-se de forma um pouco diferente dos restantes problemas. Desta forma, solicitei a um que tentasse explicar o que queriam dizer as imagens. Uma vez que se encontravam com dificuldade em interpretar as ilustrações dos problemas, ajudei-os nesse aspeto, falando como se estivesse a ler o problema “escrito” e tendo o cuidado de não influenciar as estratégias dos alunos.

Após retiradas as dúvidas, era explicado aos alunos que deveriam registar, a caneta preta ou azul, todos os cálculos e procedimentos que realizavam para resolverem o problema, ou a justificação de cálculos mentais que pudessem fazer, na folha branca que havia sido distribuída juntamente com o mesmo. Para que entendessem a importância deste processo, era explicado aos alunos que o mesmo era essencial para que, no final, explicassem aos colegas como chegaram ao resultado e para que, mais tarde, eu compreendesse os seus pensamentos e as estratégias que haviam utilizado na resolução do problema.

Resolução do problema

Dado a finalidade deste estudo, o momento de resolução do problema era realizado de forma autónoma e individual, lembrando os alunos que não poderiam tirar dúvidas com as professoras nem conversar com os colegas. Desta forma, era dado tempo aos alunos para que resolvessem o problema. Durante este tempo, circulava pela sala verificando os registos que os alunos realizavam, de forma a perceber quem possuía dificuldades, e quais as mesmas, e que estratégias surgiam, possibilitando perceber quais as que deveriam ser apresentadas posteriormente.

Durante estes momentos foi possível verificar algumas conversas informais entre mim e os alunos, de forma a compreender o seu modo de pensar, as suas dificuldades e o modo como escolhiam e utilizavam as suas estratégias. Todas estas

conversas, feitas durante a resolução dos problemas, eram efetuadas em forma de pergunta-resposta, onde eu realizava perguntas para os alunos responderem, tendo sempre em atenção se o aluno já havia acabado o problema e não influenciando o mesmo no sentido de alterar a sua resolução. Uma vez que tirava apontamentos durante a resolução dos problemas, estas conversas foram essenciais para não haver dúvidas, da minha parte, aquando da análise das respostas dos alunos.

Apresentação e discussão das estratégias

Após todos terminarem de resolver o problema, era solicitado a alguns alunos para apresentarem as estratégias usadas. Foi explicado a todos que na discussão sobre a resolução de cada problema apenas alguns deles iriam apresentar as suas estratégias. Contudo, tive em atenção, nessas apresentações, assegurar não apenas a diversidade de estratégias mas também o envolvimento de diferentes alunos.

Os alunos que iriam proceder à apresentação das suas estratégias eram selecionados depois da resolução do problema, após verificar as suas respostas. Para esta escolha, tinha em consideração selecionar alunos que tivessem utilizado estratégias distintas e que considerasse valerem a pena serem discutidas por todos.

Era pedido aos alunos que registassem e explicassem as suas estratégias no quadro, dando a conhecer diferentes formas de se resolver um mesmo problema. Neste momento de apresentação, cada aluno tentava explicar o seu raciocínio sozinho, por palavras suas, desenvolvendo, deste modo, a sua capacidade de comunicação matemática. Contudo, se o aluno tivesse dificuldade na explicação ou se a mesma estivesse incompleta, eu intervinha no sentido de o auxiliar.

No final de todos apresentarem, era discutido em turma qual a estratégia que consideravam ser mais fácil de ser realizada e qual a que mais se adequava ao problema em questão. Eram também esclarecidas dúvidas que pudessem surgir ao longo das apresentações.

Para concluir, visto que nem todos haviam respondido corretamente ao problema, ou não haviam conseguido chegar à resposta, procedia-se à correção do

mesmo. Para isso, era recolhida a folha de registo, evitando que riscassem as suas respostas, sendo que escreviam a correção numa outra folha. De seguida, era escolhida, em grupo turma, uma das estratégias apresentadas para que se resolvesse e respondesse corretamente ao problema.

Capítulo V - Análise dos dados

Este capítulo inclui a análise dos dados recolhidos no âmbito do projeto de investigação que realizei. Considerando que o objetivo do estudo é caracterizar as estratégias que os alunos do 2.º ano de escolaridade utilizam para resolver os problemas de subtração propostos, neste capítulo procedo à análise das suas produções. Tal como é referido no capítulo da Metodologia, a análise realizada foca-se nas produções de três alunos a propósito da resolução de oito problemas.

Caso de Ana

As resoluções de Ana

P1a – Calcular com dinheiro

Na primeira parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro faltava à menina para comprar o livro, Ana resolve do seguinte modo (figura 2):

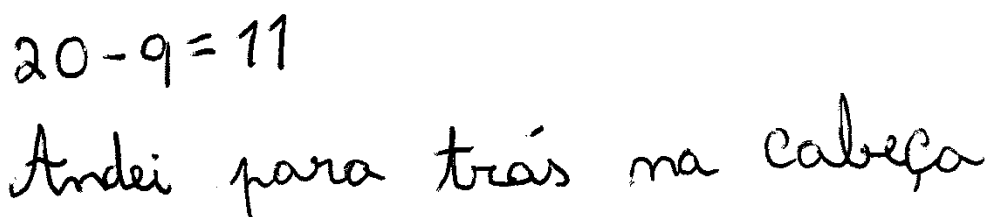


Figura 2- Resolução de Ana do problema a de “Calcular com dinheiro”

A análise da resolução de Ana evidencia que esta parece ter compreendido o problema, recorrendo a uma estratégia de contagem para realizar o cálculo. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna parece ter partido dos 15 euros (dinheiro no mealheiro da menina) e foi juntando 1 a 1 até chegar aos 18 euros (preço do livro). Ana justifica ainda que contou pelos dedos para calcular o valor em falta.

P1b – Calcular com dinheiro

Na segunda parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro sobrava ao menino, que tinha 20 euros, após comprar um livro, que custava 9 euros, Ana resolve do seguinte modo (figura 3):


$$20 - 9 = 11$$

Andei para trás na cabeça

Figura 3- Resolução de Ana do problema b de “Calcular com dinheiro”

A resolução de Ana mostra que esta identifica o problema como sendo de subtração e o modo como calcula, explicando “Andei para trás na cabeça”, é possível perceber que Ana parece ter contado regressivamente, desde o 20 até ao 9. Assim, é possível perceber que Ana recorre a uma estratégia de contagem para realizar o cálculo. Através da sua justificação não é possível perceber se a aluna “contou pelos dedos”. A análise da sua produção mostra que Ana parece ter considerado tirar ao número total de euros o valor do livro para chegar ao resultado, ou seja, tirar 9 euros aos 20, chegando ao total de 11 euros.

P2 – A coleção de cromos da Sofia

No segundo problema, onde se pretendia saber quantos cromos faltavam à Sofia, que tinha 15 cromos, para completar uma coleção com um total de 60 cromos, Ana resolve do seguinte modo (figura 4):

$$15 + 45 = 60$$

- Contei pela grelha de 15 até ao 60.

Figura 4- Resolução de Ana do problema "A coleção de cromos da Sofia"

A sua resolução mostra que Ana parece ter recorrido à adição para representar este cálculo. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna parece ter pensado no número que adicionado ao 15 seria igual a 60. Para o calcular, Ana explicita que recorreu à grelha, que todos os alunos da turma possuem, com os números de 1 a 100, contando desde o 15 até ao 60.

P3 – Quando estendi a roupa

O problema "Quando estendi a roupa", onde se pretendia saber quantas molas, de um total de 130, ficaram no cesto após se utilizarem 50 para estender a roupa, é resolvido por Ana do seguinte modo (figura 5)

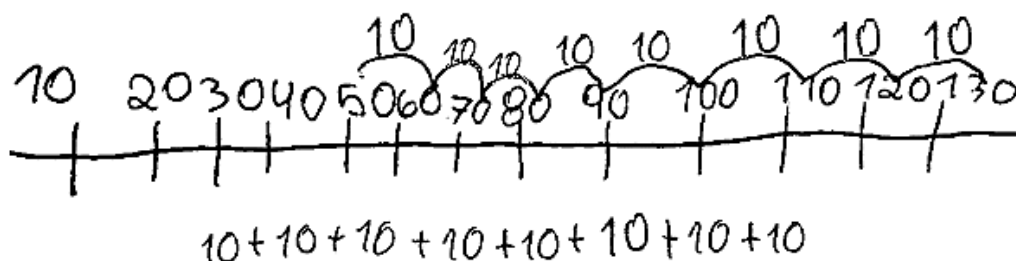


Figura 5- Resolução de Ana do problema "Quando estendi a roupa"

Para realizar os cálculos necessários, Ana parece ter recorrido à adição com o auxílio da reta numérica. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna coloca os números na reta numérica de 10 em 10 até ao número total de molas (130) e, em seguida, parece ter contado de 10 em 10 desde o 50 até ao 130 para saber quantas molas sobraram. Após colocar na reta numérica todos os números, de 10 em 10, até 130, a aluna parece perceber que apenas precisa de contar quantos saltos de 10 foram necessários para ir do 50 até ao 130. Depois de ter explicitado os "saltos de 10" necessários, Ana ainda representa uma expressão com oito parcelas iguais a 10,

provavelmente para confirmar o valor obtido anteriormente, embora não indique o total. Este número total de molas (80) também não é indicado na sua resposta escrita.

Durante a explicação oral da sua estratégia, Ana afirma: “eu fiz a reta numérica e pus os números até 130 de 10 em 10. Depois contei do 50 até 130 e fiz $10+10+10+10+10+10+10+10$ e deu-me 80 molas”, explicitando assim o modo como resolveu o problema e a solução que encontrou.

P4 – Prendas de Natal

No quarto problema, onde se pretendia saber quanto é que a mãe da Vanessa, que tinha pago 145 euros, pagou a mais que a mãe do António, que tinha pago 105 euros, na compra das prendas de Natal, Ana resolve o problema usando a adição (figura 6).

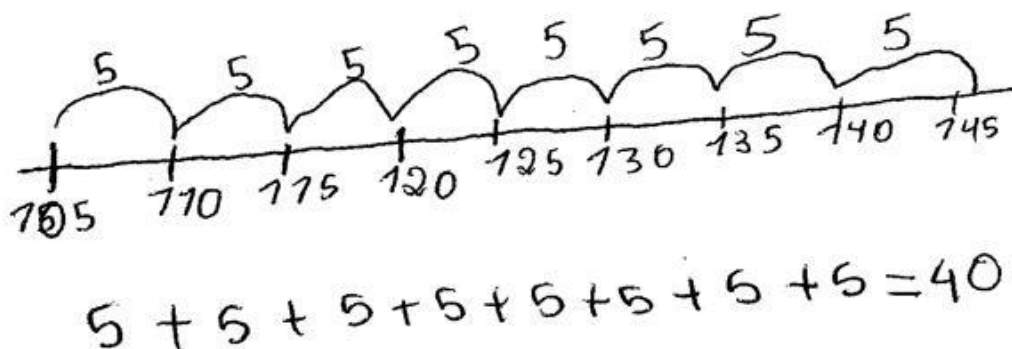


Figura 6- Resolução de Ana do problema “Prendas de Natal”

A resolução de Ana mostra que, tal como no problema anterior, a aluna parece ter recorrido à adição com o auxílio da reta numérica. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna parece ter colocado na reta numérica os números de 5 em 5 desde 105 (preço do carro) até 145 (preço da casa de bonecas). Enquanto que no problema anterior, Ana tem necessidade de começar no número 10, neste caso inicia a representação apenas no 105. Além disso, Ana parece ter percebido que o uso de saltos de 5 em 5 lhe permite chegar ao resultado rapidamente, considerando que estes se iniciam num número múltiplo de 5 (105). Depois de realizar os saltos de 5, a aluna adiciona oito parcelas de cinco, de modo a calcular a diferença entre 105 e 145.

P5 – Vamos ao cinema

Neste problema, onde se pretendia saber quantas pessoas faltavam ocupar todas as cadeiras do cinema, uma vez que havia 150 cadeiras e apenas 45 estavam ocupadas, a resolução de Ana foca-se, novamente, numa estratégia aditiva (figura 7).

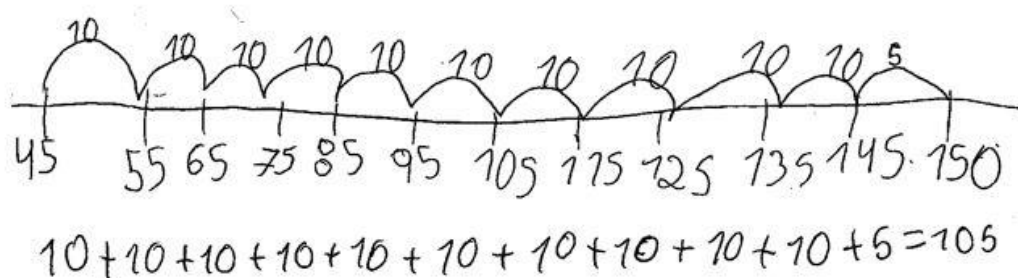


Figura 7- Resolução de Ana do problema “Vamos ao cinema”

Tal como anteriormente, a aluna recorre à adição com o auxílio da reta numérica. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que Ana parte do número 45 e dá saltos de 10 até chegar ao número 145. Aí, acrescenta um salto de 5, de modo a chegar a 145, ou seja, ao número total de cadeiras do cinema.

Tal como no problema anterior, Ana parece perceber que o resultado do problema é obtido ao adicionar os saltos de 10 e de 5 que teve de fazer entre o primeiro e o último número marcado na reta, realizando o cálculo que é possível visualizar na sua resolução ($10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+5=105$).

P6 – Os livros da biblioteca

O problema “Os livros da biblioteca”, onde se pretendia calcular quantos livros ainda estavam arrumados na prateleira, uma vez que continha 190 livros e já tinham retirado 12, é resolvido por Ana do seguinte modo (figura 8):

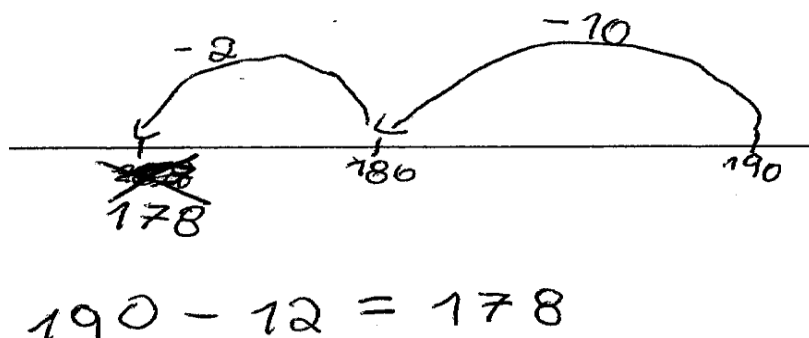


Figura 8 - Resolução de Ana do problema “Os livros da biblioteca”

A análise da resolução de Ana mostra que esta recorreu à subtração com o auxílio da reta numérica. A aluna parece ter começado por colocar na reta o número 190 (número total de livros) e decomposto o número 12 (número de livros que já não se encontravam na prateleira), para proceder à subtração. Desta forma, parece ter efetuado um salto de 10 para trás, chegando a 180, e depois um salto de 2, chegando ao 178. É possível verificar ainda que a aluna parece ter tido dificuldade para encontrar o número 178, tendo rasurado um número anterior.

Ana representa também os saltos que efetuou na reta numérica usando linguagem matemática, neste caso $190 - 12 = 178$. É de evidenciar que na expressão simbólica, ao contrário dos casos anteriores, Ana não representa os saltos um a um (-10-2) mas a totalidade.

P7 – A coleção de cartas

No último problema, “A coleção de cartas”, onde se pretendia saber quantas cartas faltavam ao Rui, que tinha 102, para ter tantas como o Afonso, que tinha 200, Ana apresenta a seguinte resolução (figura 9):

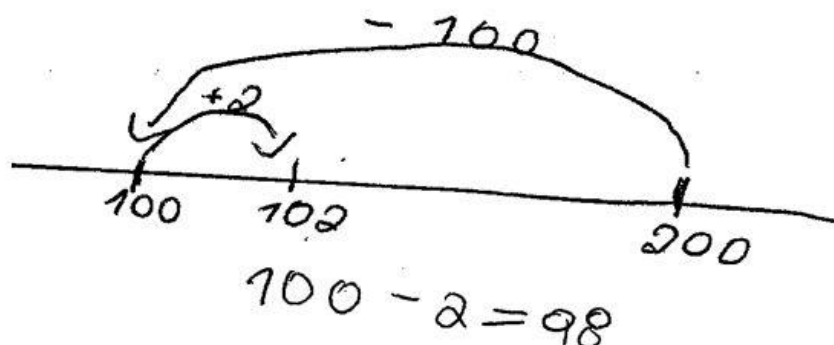


Figura 9 - Resolução de Ana do problema "A coleção de cartas"

A análise da resolução de Ana mostra que esta parece ter recorrido à subtração com o auxílio da reta numérica, mas, desta vez, de uma forma um pouco distinta. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que Ana parece ter começado no número 200 (número total de cartas do Afonso), realizando um salto de 100 para trás, para se aproximar do número de cartas de Rui. Uma vez que “ultrapassa” esse número, a aluna realiza um salto de 2, para a frente, para compensar.

Tal como nos problemas anteriores, a aluna usa também linguagem matemática, mas representa apenas $100 - 2 = 98$, para representar o que fez na reta, e não $200 - 102 = 98$.

Quando explica oralmente a sua estratégia, Ana afirma: “eu fiz na reta numérica o 200 e depois tirei 100 e deu-me 100. Como o Rui tinha 102 cartas, andei 2 até ao 102. Depois fiz 100 menos 2 e deu-me 98 cartas.”, indo ao encontro do registo apresentado.

Síntese das estratégias usadas por Ana

A tabela seguinte resume as estratégias usadas por Ana na resolução dos problemas de subtração propostos. São também identificados os sentidos da subtração associados a cada problema.

Tabela 3 - Síntese das estratégias usadas por Ana

Problema	Sentido da subtração	Estratégias usadas
P1a	Completar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo
		Estratégia de contagem progressiva
P1b	Retirar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo
		Estratégia de contagem regressiva
P2	Completar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo
		Estratégia de contagem progressiva do 17 até ao 60
P3	Retirar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo
		Estratégia aditiva
P4	Comparar	Recorre ao uso da reta numérica com saltos de 10
		Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo
P5	Completar	Estratégia aditiva
		Recorre ao uso da reta numérica com saltos de 10 e 5
P6	Retirar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo
		Estratégia subtrativa
P7	Comparar	Recorre ao uso da reta numérica com saltos de 10 e de 2
		Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo
P7	Comparar	Estratégia subtrativa com compensação
		Recorre ao uso da reta numérica com saltos de 100 com compensação

A análise da tabela anterior permite perceber que, à exceção dos primeiros problemas (P1 e P2), Ana recorre ao uso da reta numérica para apoiar os cálculos que efetua. É possível verificar também que a aluna recorre a estratégias aditivas nos problemas 1a, 2, 3, 4 e 5, enquanto que nos problemas 1b, 6 e 7 constrói estratégias baseadas na subtração.

Considerando o modo como Ana resolve os problemas propostos e relacionando com os níveis de cálculo apresentados por Van Heuvel-Panhuizen et al. (2001), a aluna parece evoluir do nível de cálculo por contagem, subjacente aos dois primeiros problemas, para o cálculo estruturado, patente nos problemas seguintes. Esta alteração poderá estar associada ao uso da reta numérica para apoiar os cálculos que efetua.

Se considerarmos a classificação de Fuson et al. (1997), no que diz respeito às estratégias usadas, Ana utiliza uma estratégia do tipo “contar até” nos problemas 1a e 2, uma vez que realiza contagens progressivas. No problema 1b, a aluna utiliza uma estratégia do tipo “contar para trás”, uma vez que realiza contagens decrescentes. Nos problemas 3, 4, 5 e 6, Ana recorre a uma estratégia sequencial, uma vez que utiliza saltos na reta para chegar ao resultado. No problema 7, a aluna utiliza uma estratégia de compensação, dado que necessita de equilibrar o que retirou a mais para chegar ao resultado correto.

Dificuldades de Ana na resolução dos problemas

Considerando as estratégias de Ana, relativamente a cada problema, é possível constatar que a aluna parece não ter possuído qualquer dificuldade na maioria dos problemas, nomeadamente os 1a, 1b, 2, 4, 5 e 7.

Quanto ao problema 3, a aluna parece não ter possuído dificuldade em encontrar uma estratégia para o realizar, chegando ao resultado correto. Por outro lado, Ana parece ter tido dificuldade em começar a reta numérica no número mais pequeno que constava no problema, sendo que começa a mesma no número 10.

No problema 6, tal como no referido anteriormente, a aluna parece não ter possuído dificuldade em encontrar uma estratégia para realizar o mesmo. Já para chegar ao resultado, Ana parece ter tido dificuldade uma vez que, como é possível constatar na sua resolução, a aluna rasurou o primeiro número registado.

Caso de Beatriz

As resoluções de Beatriz

P1a – Calcular com dinheiro

Na primeira parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro faltava à menina, que tinha 15 euros, para comprar o livro, que custava 18 euros, Beatriz resolve do seguinte modo (figura 10):



Figura 10 - Resolução de Beatriz do problema a de "Calcular com dinheiro"

A análise da resolução de Beatriz evidencia que esta, tal como a sua colega Ana, parece ter recorrido à adição para realizar este cálculo. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna parece ter partido dos 15 euros e foi juntando 1 a 1 até chegar aos 18 euros, recorrendo a uma estratégia de contagem. A aluna ainda justifica que contou pelos dedos para calcular o valor em falta, explicitando a solução no problema.

P1b – Calcular com dinheiro

Na segunda parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro sobrava ao menino, que tinha 20 euros, após comprar o livro, que custava 9 euros, Beatriz resolve do seguinte modo (figura 11):

$$20 - 9 = 12$$

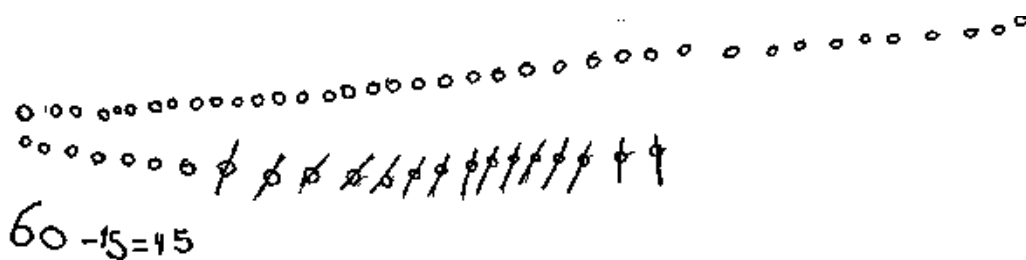
Tirei 9 do 20 na cabeça

Figura 11 - Resolução de Beatriz do problema b de "Calcular com dinheiro"

A resolução de Beatriz mostra que esta identifica o problema como sendo de subtração tanto na expressão simbólica como na justificação que escreve em linguagem natural. Ao escrever “tirei 9 do 20 na cabeça”, a aluna explicita que parece ter contado regressivamente a partir do 20. Através da sua justificação não é possível perceber se a aluna “contou pelos dedos”. O resultado que apresenta, incorreto mas próximo do 11, evidencia que Beatriz parece ter-se perdido na contagem, tirando aos 20 euros apenas 8 em vez dos 9.

P2 – A coleção de cromos da Sofia

No segundo problema, onde se pretendia saber quantos cromos faltavam à Sofia, que tinha 15 cromos, para completar a coleção com um total de 60 cromos, Beatriz resolve do seguinte modo (figura 12):



60 - 15 = 45

Figura 12 - Resolução de Beatriz do problema "A coleção de cromos da Sofia"

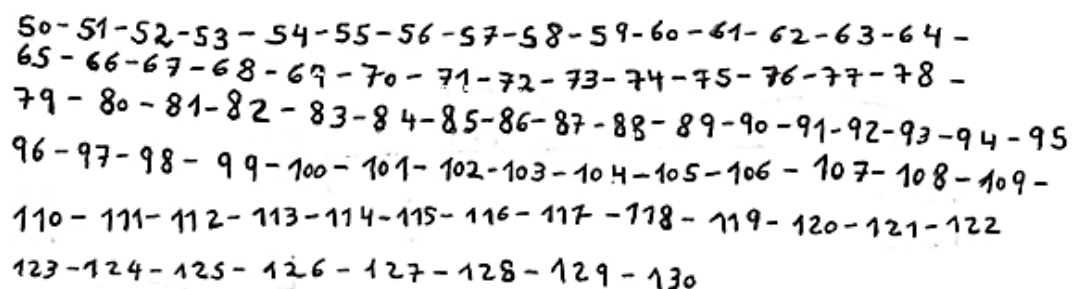
A sua resolução mostra que Beatriz reconhece o problema como sendo de subtração e usa uma estratégia de contagem. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que a aluna parece ter pensado em tirar os 15 aos 60 para chegar ao resultado. Para realizar o cálculo, Beatriz recorre a uma representação icónica, onde representa 60 “bolinhas” sequencialmente e risca 15. Depois parece ter contado as

restantes, identificando 45. Em seguida regista uma expressão correta, recorrendo à subtração.

Quando explica oralmente a sua estratégia, Beatriz afirma: “fiz 60 bolinhas que são todos os cromos e depois tirei 15. Depois contei as outras bolas e fiz 60-15 que deu 45”.

P3 – Quando estendi a roupa

O problema “Quando estendi a roupa”, onde se pretendia saber quantas molas, de um total de 130, ficaram no cesto após se utilizarem 50 para estender a roupa, é resolvido por Beatriz do seguinte modo (figura 13):



50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-
65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-
79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95
96-97-98-99-100-101-102-103-104-105-106-107-108-109-
110-111-112-113-114-115-116-117-118-119-120-121-122
123-124-125-126-127-128-129-130

Figura 13 - Resolução de Beatriz do problema "Quando estendi a roupa"

A resolução de Beatriz mostra que escreve todos os números, um a um, do 50 até ao 130. Dado o registo realizado pela aluna, é possível perceber que a mesma parece ter tido necessidade de escrever todos os números sequencialmente, desde o 50 até ao 130, para chegar ao resultado. Ainda assim, os seus registos não evidenciam se encontrou ao valor correto, correspondente ao número de molas que ficaram no cesto, através de uma estratégia de contagem.

P4 – Prendas de Natal

No quarto problema, onde se pretendia saber quanto é que a mãe da Vanessa, que tinha pago 145 euros, pagou a mais que a mãe do António, que tinha pago 105 euros, na compra das prendas de Natal, Beatriz parece resolver o problema por contagem (figura 14).

~~1~~105-106-107-108-109-111-112-113-114-115-116-117-118-119-120-121-122-123
124-125-126-127-128-129-130-131-132-133-134-135-136-137-138-139-140-141-
142-143-144-145.

Eu fiz assim contei de 105 até 145 e deu-me 40.

Figura 14 - Resolução de Beatriz do problema "Prendas de Natal"

A resolução de Beatriz mostra que a aluna escreve todos os números, um a um, desde o 105 até 145. Analisando os seus registos, é possível verificar que Beatriz, quando escreve os números, “salta” o 110, passando de 109 para 111. Verifica-se também que a aluna, inicialmente, ia começar a contagem no número 1, riscando-o para depois começar no 105. Através do que a aluna indica na sua resolução, “Eu fiz assim, contei do 105 até 145 e deu-me 40”, é possível perceber que, uma vez que lhe faltava o número 110 e que a mesma obteve o resultado correto, Beatriz parece ter contado todos os números que escreveu na sua resolução, ou seja conta também o número 105.

P5 – Vamos ao cinema

Neste problema, onde se pretendia saber quantas pessoas faltavam ocupar todas as cadeiras do cinema, uma vez que havia 150 cadeiras e apenas 45 estavam ocupadas, a resolução de Beatriz foca-se, novamente, numa estratégia de contagem (figura 15).

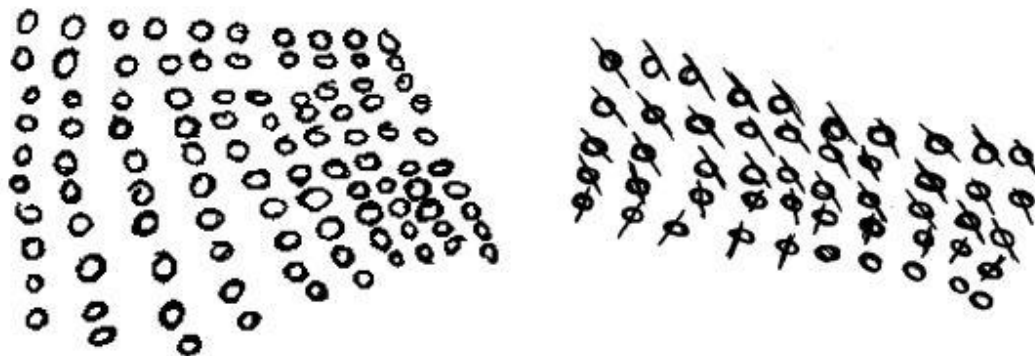


Figura 15 - Resolução de Beatriz do problema "Vamos ao cinema"

Beatriz parece ter identificado o problema como sendo de subtração. Para o resolver, representa 100 “bolinhas” usando uma disposição “quase” retangular e mais 50 “bolinhas” também organizadas através de uma disposição semelhante. Depois “corta” 45. Ainda assim, Beatriz não regista por escrito a solução do problema.

Ao explicar oralmente a sua estratégia, Beatriz afirma o seguinte: “eu fiz 150 bolinhas, mas como eram muitas bolinhas fiz em filas com 10. Depois tirei 45 e contei as bolas que não tirei e deu-se 105”, o que parece evidenciar o recurso a uma estratégia de contagem.

P6 – Os livros da biblioteca

O problema “Os livros da biblioteca”, onde se pretendia saber quantos livros ainda estavam arrumados na prateleira, uma vez que continha 190 livros e já se tinham retirado 12, é resolvido por Beatriz do seguinte modo (figura 16):

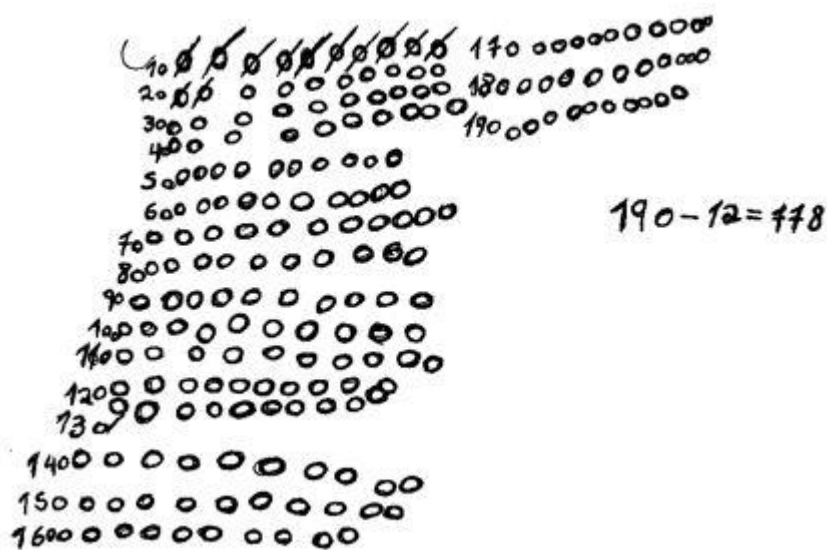


Figura 16 - Resolução de Beatriz do problema "Os livros da biblioteca"

A análise da resolução de Beatriz mostra que esta, tal como no anterior, identifica o problema como sendo de subtração e usa uma representação icónica para calcular. A aluna representa os 190 livros, em grupos de 10, e depois corta 12. Além de dispor as “bolinhas” em filas de 10, Beatriz escreve à esquerda de cada fila o número total de “bolinhas”, acumulado em cada fila, possivelmente por 190 já ser um número bastante grande. A sua produção não permite perceber como calcular o número 178, eventualmente por contagem dos grupos de bolinhas que sobraram. Contudo representa corretamente a expressão $190 - 12$, embora pareça ter registado 778 em vez de 178.

P7 – A coleção de cartas

No último problema, “A coleção de cartas”, onde se pretendia saber quantas cartas faltavam ao Rui, que tinha 102, para ter tantas como o Afonso, que tinha 200, Beatriz resolve do seguinte modo (figura 17):

$$200 - 100 = 100$$

$$100 - 2 = 98$$

Figura 17 - Resolução de Beatriz do problema "A coleção de cartas"

A análise da resolução de Beatriz mostra que esta parece ter recorrido à subtração, utilizando linguagem matemática. Analisando a sua estratégia, é possível perceber que a aluna parece ter decomposto o número 102 para proceder à subtração. Desta forma, subtrai primeiramente 100 a 200, ficando com 100, e depois retira 2 a esse valor, obtendo 98. A análise da sua produção não permite perceber como pensou, uma vez que não apresenta outros registos escritos.

Síntese das estratégias usadas por Beatriz

Na tabela seguinte estão indicados os sentidos da subtração associados a cada problema. Esta resume também as estratégias usadas por Beatriz na resolução dos problemas de subtração propostos.

Tabela 4 - Síntese das estratégias usadas por Beatriz

Problemas	Sentido da subtração	Estratégias usadas
P1a	Completar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo
		Estratégia de contagem progressiva
P1b	Retirar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo
		Estratégia de contagem regressiva
P2	Completar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo
		Estratégia de contagem associada a uma representação icónica
P3	Retirar	Representa simbolicamente todos os números de 50 a 130
		Estratégia de contagem progressiva de 50 até 130

<i>Problemas</i>	<i>Sentido da subtração</i>	<i>Estratégias usadas</i>
P4	Comparar	Representa simbolicamente todos os números de 105 a 145, enganando-se num deles Estratégia de contagem progressiva de 105 até 145
P5	Completar	Identifica o problema como subtração na explicação oral Estratégia de contagem a partir de uma representação icónica
P6	Retirar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo Estratégia de contagem a partir de uma representação icónica
P7	Comparar	Usa duas expressões de subtração para representar os cálculos Estratégia subtrativa (subtrações parciais) Recorre à decomposição do número 102

A análise da tabela anterior permite perceber que Beatriz recorre quase sempre a estratégias de contagem para resolver os problemas propostos. É possível verificar ainda que nos problemas 2, 5 e 6 a aluna recorre ao auxílio da representação icónica para apoiar os cálculos por contagem que efetua.

Analisando o modo como Beatriz resolve os problemas propostos e relacionando com os níveis de cálculo apresentados por Van Heuvel-Panhuizen et al. (2001), a aluna parece encontrar-se no nível de cálculo por contagem, à exceção do último problema onde é possível verificar que a aluna parece progredir deste primeiro nível para o nível seguinte, o cálculo por estruturação. Este facto pode estar relacionado com os números envolvidos que Beatriz parece conhecer bem.

Considerando a classificação de Fuson et al. (1997), no que diz respeito às estratégias usadas, Beatriz utiliza uma estratégia básica em todos os problemas exceto no 7, ou seja, a aluna recorre a uma estratégia do tipo “contar para trás” nos problemas 1b, 2, 5 e 6, uma vez que realiza contagens regressivas, e recorre a uma

estratégia do tipo “contar até” nos problemas 1a, 3 e 4, uma vez que a mesma utiliza saltos para chegar ao resultado.

Dificuldades de Beatriz na resolução dos problemas

Após analisar as estratégias usadas por Beatriz, é possível verificar que a aluna, relativamente ao problema 1b, parece ter revelado dificuldades em realizar a contagem regressiva desde o número 20 até ao 9. Esta conclusão deve-se ao facto de Beatriz justificar que tirou “9 ao 20 na cabeça”, mas regista que $20 - 9 = 12$, ou seja, apresenta um resultado incorreto.

Regra geral, para todos os problemas, exceto o 1a, 1b e 7, a aluna parece evidenciar dificuldades em encontrar estratégias de cálculo apropriadas ao problema que facilitassem a resolução do mesmo, utilizando apenas estratégias de contagem.

Quanto aos problemas 1a. e 7, a aluna parece não ter sentido dificuldades em os resolver.

Caso de João

As resoluções de João

P1a – Calcular com dinheiro

Na primeira parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro faltava à menina, que tinha 15 euros, para comprar o livro, que custava 18 euros, João regista do seguinte modo (figura 18):

$$15 + 18 = 3 \text{ €}$$

Figura 18 - Resolução de João do problema a de "Calcular com dinheiro"

A análise da resolução de João evidencia que este parece ter recorrido à adição para realizar este cálculo. Analisando a sua estratégia, é possível perceber que o aluno parece ter partido dos 15 euros e contado 3 até aos 18 euros, embora isso não seja

percetível nos seus registos. A forma como o aluno regista os seus cálculos está incorreta.

T1b – Calcular com dinheiro

Na segunda parte do primeiro problema, onde se pretendia saber quanto dinheiro sobrava ao menino, que tinha 20 euros, após comprar o livro, que custava 9 euros, João regista do seguinte modo (figura 19):

$$9 + 20 = 11 \text{ €}$$

Figura 19 - Resolução de João do problema b de "Calcular com dinheiro"

Tal como no problema anterior, a análise do registo de João não permite perceber como calculou a solução correta, uma vez que o aluno usa um registo aditivo incorreto.

P2 – A coleção de cromos da Sofia

No segundo problema, onde se pretendia saber quantos cromos faltavam à Sofia, que tinha 15 cromos, para completar a coleção com um total de 60 cromos, João resolve do seguinte modo (figura 20):

$$60 + 15 = 75$$

Figura 20 - Resolução de João do problema "A coleção de cromos da Sofia"

A sua resolução mostra que João parece ter recorrido novamente à adição para realizar este cálculo. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que o aluno parece ter tentado chegar ao resultado tal como no problema anterior. Uma vez que neste problema os números envolvidos são maiores, João parece não ter conseguido chegar ao resultado. Desta forma, verifica-se que o aluno considerou, equivocadamente, juntar o 15 ao 60 para chegar ao resultado. Ao analisar o registo de João, é possível verificar que o aluno não realiza o cálculo de forma correta, parecendo ter adicionado

o algarismo das dezenas do número 60 à unidade do número 15 e, seguidamente, o algarismo das unidades do número 60 à dezena do número 15, obtendo o número 111.

P3 – Quando estendi a roupa

O problema “Quando estendi a roupa”, onde se pretendia saber quantas molas, de um total de 130, ficaram no cesto após se utilizaram 50 para estender a roupa, é resolvido por João do seguinte modo (figura 21):

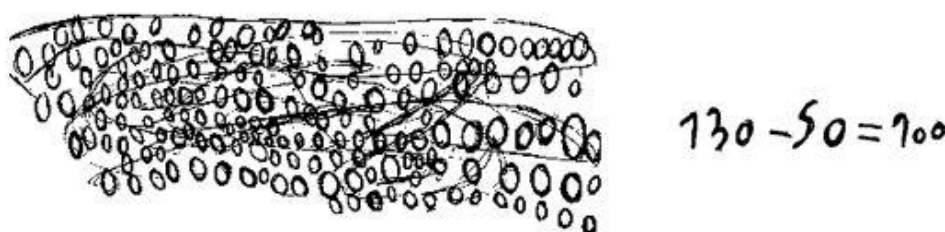


Figura 21 - Resolução de João do problema "Quando estendi a roupa"

A resolução de João mostra que o aluno identifica o problema como sendo de subtração. Analisando a sua estratégia, é possível verificar que inicialmente o aluno tentou chegar ao resultado recorrendo a uma representação icónica do total de molas. Dado o seu registo, verifica-se que João parece ter tido dificuldade em utilizar essa representação, rasurando a mesma. De seguida, o aluno parece ter tentado realizar o cálculo mentalmente, através da subtração, chegando a um resultado incorreto.

P4 – Prendas de Natal

No quarto problema, onde se pretendia saber quanto é que a mãe da Vanessa, que tinha pago 145 euros, pagou a mais que a mãe do António, que tinha pago 105 euros, na compra das prendas de Natal, João resolve-o usando uma estratégia de contagem (figura 22).

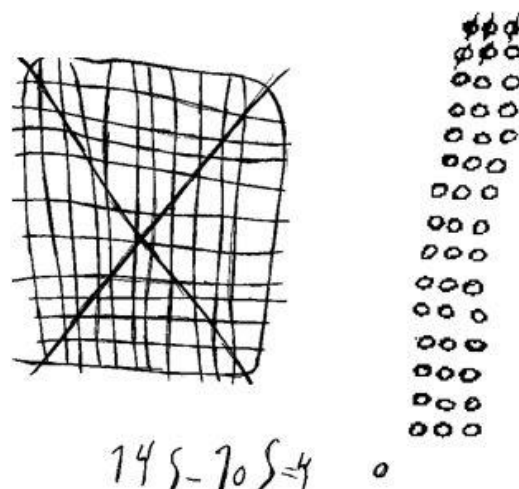


Figura 22 - Resolução de João do problema "Prendas de Natal"

A resolução de João mostra que o aluno identifica o problema como sendo de subtração e recorre a uma estratégia de contagem. Analisando os seus registos, é possível verificar que o aluno recorre a uma representação icónica para realizar este cálculo. João utiliza a disposição retangular como modelo para representar o número 100, representando um quadrado 11x11, e representa o número 45 através de círculos, organizados em 15 grupos de 3. Para retirar o número 105 ao 145, risca o quadrado (100) e 5 círculos, contando eventualmente o que sobra para saber o resultado.

Além disso, o aluno representa ainda o cálculo através de linguagem matemática, neste caso $145 - 105 = 40$.

P5 – Vamos ao cinema

Neste problema, onde se pretendia saber quantas pessoas faltavam ocupar todas as cadeiras do cinema, uma vez que havia 150 cadeiras e apenas 45 estavam ocupadas, a resolução de João foca-se numa estratégia de contagem (figura 23).

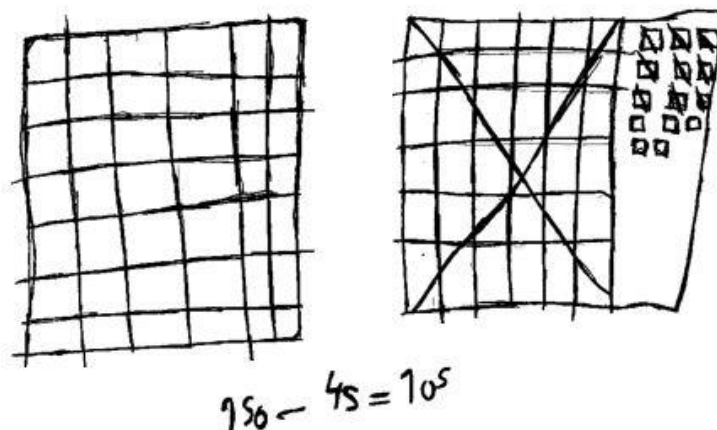


Figura 23 - Resolução de João do problema "Vamos ao cinema"

Tal como no anterior, João identifica este problema como sendo de subtração e usa uma estratégia de contagem com o auxílio de uma representação icónica. O aluno representa o número 150, através da disposição retangular. No que toca ao número 100 é de notar que João usa a disposição retangular como modelo, não representando efetivamente um quadrado 10x10. Quanto ao número 50, é de notar que apesar de representar os 50 quadrados, o aluno não utiliza um retângulo 5x10, mas sim um retângulo 6x6 e mais 14 quadrados organizados em filas de 3 (exceto a última). Por fim, após representar o número 150, risca as 45 cadeiras que já se encontravam ocupadas, segundo o problema, devendo ter contado as cadeiras restantes.

João representa ainda, corretamente, a sua estratégia através de linguagem matemática, neste caso $150 - 45 = 105$.

No momento de discussão coletiva, João explica oralmente a sua estratégia aos colegas: "fiz 100 quadradinhos e fiz 50 quadradinhos. Risquei 45 e deu-me 105".

P6 – Os livros da biblioteca

O problema "Os livros da biblioteca", onde se pretendia saber quantos livros ainda estavam arrumados na prateleira, uma vez que continha 190 livros e já se havia tirado 12, é resolvido por João do seguinte modo (figura 24):

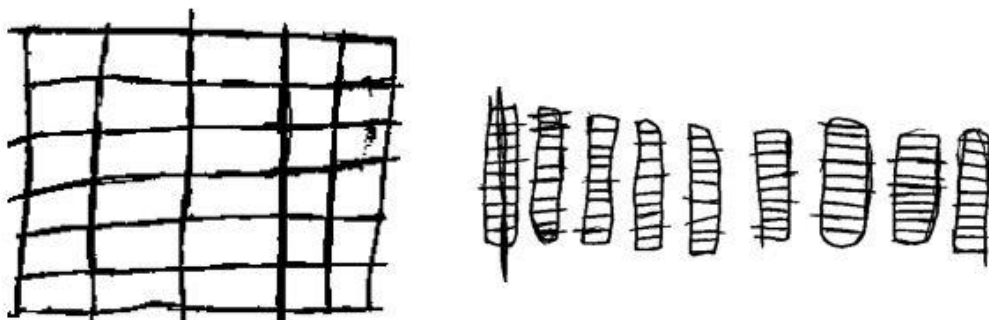


Figura 24 - Resolução de João do problema "Os livros da biblioteca"

A análise da resolução de João mostra que este, tal como nos anteriores, identifica o problema como sendo de subtração, recorrendo a uma estratégia de contagem com o auxílio de uma representação icónica. Para representar o número 190, João parece recorrer à decomposição decimal. Representa o número 100 utilizando a disposição retangular como modelo, não desenhando, de facto, um quadrado 10x10, e representa o número 90 através de 9 grupos de 10. Após representar o número 190, o aluno retira o número 12, ou seja, um conjunto de 10 e 2 unidades.

Ao contrário dos problemas 4 e 5, o aluno não representa o cálculo em linguagem matemática nem indica qual a solução do problema.

P7 – A coleção de cartas

No último problema, "A coleção de cartas", onde se pretendia saber quantas cartas faltavam ao Rui, que tinha 102, para ter tantas como o Afonso, que tinha 200, João resolve do seguinte modo (figura 25):

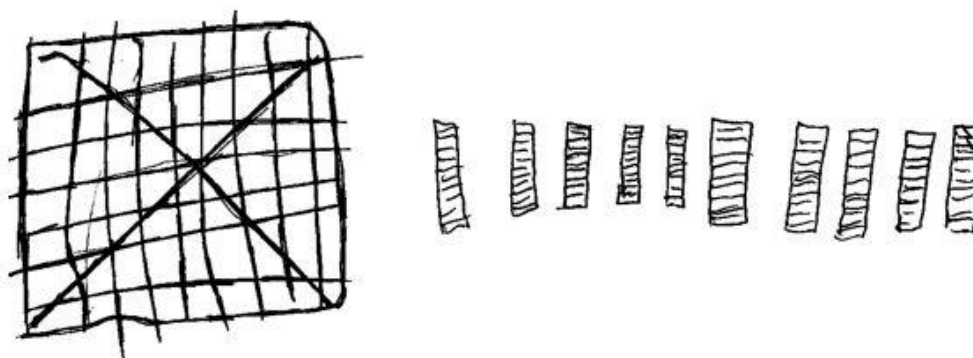


Figura 25 - Resolução de João do problema "A coleção de cartas"

A análise da resolução de João mostra que esta parece ter identificado o problema como sendo de subtração, recorrendo novamente a uma estratégia de contagem com o auxílio de uma representação icónica. Analisando a sua produção, é possível perceber que o aluno utiliza a disposição retangular como modelo para representar o número 100, não representando efetivamente um quadrado 10x10. Para representar os 100 que faltam, utiliza 10 grupos de 10. Por fim, João retira o número 102.

Tal como no problema anterior, o aluno não regista o cálculo através de linguagem matemática, nem indica qual a solução que encontrou.

Contudo, quando explica a sua estratégia aos colegas, João afirma: “eu fiz um quadrado grande com 100 quadradinhos e fiz 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos mais 10 quadradinhos. Risquei os 100 quadradinhos e mas 2 e deu-me 98”. Ou seja, a sua explicação oral mostra que o aluno calculou corretamente a solução deste problema.

Síntese das estratégias usadas por João

A tabela seguinte resume as estratégias usadas por João na resolução dos problemas de subtração propostos.

Tabela 5 - Síntese das estratégias usadas por João

<i>Problema</i>	<i>Sentido da subtração</i>	<i>Estratégias usadas</i>
<i>P1a</i>	Completar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo Estratégia de contagem progressiva
<i>P1b</i>	Retirar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo Estratégia de contagem progressiva
<i>P2</i>	Completar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo (incorreto)
<i>P3</i>	Retirar	Usa uma expressão aditiva para representar o cálculo (incorreto)
<i>P4</i>	Comparar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo Estratégia de contagem a partir de uma

		representação icónica
P5	Completar	Usa uma expressão de subtração para representar o cálculo Estratégia de contagem a partir de uma representação icónica
P6	Retirar	Parece identificar o problema como subtração Estratégia de contagem a partir de uma representação icónica
P7	Comparar	Parece identificar o problema como subtração Estratégia de contagem a partir de uma representação icónica

A análise da tabela anterior permite perceber que João parece recorrer a estratégias associadas à adição nos problemas 1a,1b, 2 e 3 e à subtração nos problemas 4, 5, 6 e 7. É possível verificar ainda que o aluno utiliza uma estratégia de contagem em todos os problemas, exceto nos problemas 2 e 3, que estão incorretos. Para resolver os problemas 4, 5, 6 e 7 recorre a representações icónicas para apoiar as contagens que efetua.

Considerando o modo como João resolve os problemas propostos e relacionando com os níveis de cálculo apresentados por Van Heuvel-Panhuizen et al. (2001), o aluno parece encontrar-se no nível de cálculo por contagem.

Se considerarmos a classificação de Fuson et al. (1997), no que diz respeito às estratégias usadas, o aluno utiliza uma estratégia básica em todos os problemas, exceto nos dois que estão incorretos. Desta forma nos problemas 4, 5, 6 e 7, o aluno recorre a uma estratégia do tipo “contar para trás”, uma vez que parte do total de objetos, retira os necessários e conta o que sobra. Nos problemas 1a e 1b, o aluno recorre a uma estratégia do tipo “contar até”, uma vez que realiza contagens progressivas.

Dificuldades de João na resolução dos problemas

Analisando as estratégias utilizadas por João, é possível verificar que o aluno parece possuir mais dificuldades do que as alunas anteriormente analisadas. Ainda assim, João parece não ter tido dificuldade em realizar os problemas 4, 5, 6 e 7.

Nos problemas 1a e 1b, o aluno parece ter tido dificuldade em anotar os seus cálculos, uma vez que regista, incorretamente, “ $15 + 18 = 3$ ”, no primeiro problema, e “ $9 + 20 = 11$ ”, no segundo.

No problema 2, os registos de João mostram que o aluno parece ter tido dificuldade em compreender o problema e em encontrar uma estratégia para resolver o mesmo, tentando-o resolver mentalmente através de uma adição incorreta, uma vez que junta o 15 ao 60. Apesar de considerar, equivocadamente, chegar ao resultado através da adição referida, é notável que o aluno teve também dificuldade em realizar este cálculo.

Por fim, no problema 3, o aluno parece ter tido novamente dificuldade em encontrar uma estratégia de cálculo, tentando, primeiramente, resolver o problema através da contagem, recorrendo a uma representação icónica. Através das suas anotações, é possível verificar que João parece ter tido dificuldade em realizar esta estratégia, uma vez que rasurou o registo da mesma. De seguida, apesar de considerar, de forma correta, retirar 50 ao 130, o aluno parece ter tido dificuldade em efetuar mentalmente este cálculo, dado que chega a uma solução errada.

Capítulo VI - Conclusões

Neste capítulo, numa primeira fase, procedo à síntese do estudo realizado e, seguidamente, faço referência às conclusões do mesmo, onde indico e respondo às questões principais da investigação. Por fim, apresento uma reflexão sobre todo o trabalho desenvolvido.

Síntese do estudo

Com este estudo pretendi compreender e caracterizar o modo como alunos do 2.º ano de escolaridade resolvem problemas de subtração e perceber que dificuldades manifestam aquando da sua resolução. Desta forma, a investigação decorreu em contexto de estágio através de uma proposta pedagógica, constituída por 8 problemas de subtração, que elaborei de forma a alcançar a finalidade enunciada.

A escolha deste tema, em particular, deveu-se ao facto de a resolução de problemas ser fundamental na aprendizagem da matemática e no desenvolvimento do conhecimento matemático (NCTM, 2008), uma vez que fomenta a compreensão de ideias matemáticas e fortalece capacidades previamente aprendidas (Ponte & Serrazina, 2006).

Delineado o objetivo do estudo, formulei duas questões essenciais à investigação:

- Quais as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º ano quando resolvem problemas de subtração?
- Que dificuldades os alunos manifestam quando resolvem problemas de subtração?

Em termos metodológicos, este estudo enquadra-se numa abordagem qualitativa de natureza interpretativa, tendo realizado três estudos de caso. Na recolha de dados recorri à observação participante e à recolha documental. A análise dos

dados recolhidos contribui para dar resposta às questões formuladas no início do estudo.

As secções seguintes apresentam as conclusões do estudo realizado, organizadas de acordo com as questões de investigação.

Conclusões do estudo

Quais as estratégias utilizadas pelos alunos do 2.º ano quando resolvem problemas de subtração?

A análise das estratégias usadas pelos três alunos mostram que estes utilizaram diferentes estratégias de cálculo na resolução dos problemas propostos. A tabela seguinte mostra as estratégias usadas pelos alunos na resolução dos diferentes problemas.

Tabela 6 - Estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas

Problema	Estratégia		
	Ana	Beatriz	João
P1a	Contagem progressiva	Contagem progressiva	Contagem progressiva
Pb	Contagem regressiva	Contagem regressiva	Contagem progressiva
P2	Contagem progressiva	Contagem associada a uma representação icónica	(O aluno utiliza uma expressão aditiva incorreta para representar o cálculo)
P3	Estratégia aditiva associada ao uso da reta numérica com saltos de 10	Contagem progressiva	(O aluno utiliza uma expressão aditiva incorreta para representar o cálculo)
P4	Estratégia aditiva associada ao uso da reta numérica com saltos de 5	Contagem progressiva	Contagem associada a uma representação icónica
P5	Estratégia aditiva associada ao uso da reta numérica com saltos de 5 e 10	Contagem associada a uma representação icónica	Contagem associada a uma representação icónica
P6	Estratégia subtrativa associada ao uso da	Contagem associada a uma representação	Contagem associada a uma representação

	reta numérica com saltos de 10 e 2	icónica	icónica
P7	Estratégia subtrativa associada ao uso da reta numérica com saltos de 100 com compensação	Subtrativa associada ao uso de subtrações parciais	Contagem associada a uma representação icónica

A análise dos dados recolhidos relativos às estratégias usadas por Ana, Beatriz e João evidencia que estes usaram estratégias diversificadas. Como é possível verificar pela tabela, cada aluno tentou chegar ao resultado pelo método que pensava ser o mais apropriado e com o qual se sentia mais à vontade.

Outro facto que também foi possível verificar através deste estudo, foi que os alunos aplicaram conhecimentos já aprendidos na resolução dos problemas, mesmo sem terem sido utilizados anteriormente para esse fim, uma vez que os alunos conseguem construir estratégias de forma a chegar ao resultado com sucesso, mesmo sem estas terem sido abordadas anteriormente, dado que estas surgem de processos de raciocínio (Boavida et al., 2008). Esta situação é observada no caso de Ana, quando utiliza a reta numérica, e no caso de João, quando utiliza uma representação icónica distinta das dos colegas, nomeadamente a disposição retangular como modelo para representar os números envolvidos no problema. Além disso, uma vez que se procedia à partilha e discussão de algumas estratégias de resolução no final dos problemas, alguns alunos utilizaram também estratégias com as quais já haviam contactado anteriormente.

A análise dos registos recolhidos permitiu perceber que há uma tendência para se evidenciar alguma alteração nas estratégias de resolução dos alunos, ainda que este progresso não tenha sido semelhante e uniforme em todos os casos. Esta alteração foi mais perceptível no primeiro caso, uma vez que é possível verificar que Ana passa de estratégias de contagem progressivas para estratégias aditivas/subtrativas recorrendo ao uso da reta numérica, a partir do problema 3, para apoiar os seus cálculos. Além disso, parece ter conseguido adequar o uso da reta numérica de maneira a chegar rapidamente, e de forma correta, ao resultado.

Por seu lado, Beatriz usa contagens progressivas/regressivas em todos os problemas, exceto no último onde usa uma estratégia de subtração, decompondo os números. Como é possível verificar, à exceção dos problemas 3 e 4, a aluna associa as estratégias de contagem a representações icónicas para apoiar os seus cálculos.

O João usa estratégias de contagem em todos os problemas, exceto nos dois que realizou de forma incorreta. Tal como referido anteriormente, de forma a apoiar os cálculos realizados, o aluno associa as estratégias de contagem a representações icónicas distintas das dos colegas, nomeadamente a disposição retangular como modelo para representar os números envolvidos no problema.

Em forma de conclusão, há alunos que usaram, na maioria dos problemas, estratégias de contagem, tal como Beatriz e João, enquanto outros usaram estratégias aditivas e subtrativas, como Ana. É ainda possível verificar que enquanto Ana usa a reta numérica para apoiar os seus cálculos, Beatriz e João utilizam representações icónicas.

Que dificuldades os alunos manifestam quando resolvem problemas de subtração?

A análise das produções dos alunos permitiu identificar algumas dificuldades que tiveram durante a resolução dos problemas. A tabela seguinte resume as dificuldades apresentadas pelos alunos:

Tabela 7 - Dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas

Problema	Ana	Beatriz	João
P1a	Não teve dificuldade	Não teve dificuldade	Dificuldade em registar corretamente os cálculos
P1b	Não teve dificuldade	Dificuldade em contar desde 20 até 9	Dificuldade em registar corretamente os cálculos
P2	Não teve dificuldade	Dificuldade em encontrar estratégias apropriadas ao problema	Dificuldade em compreender o problema

P3	Dificuldade em registar na reta numérica no número mais pequeno envolvido no problema	Dificuldade em encontrar estratégias apropriadas ao problema	Dificuldade em encontrar uma estratégia e em calcular 130-50
P4	Não teve dificuldade	Dificuldade em encontrar estratégias apropriadas ao problema	Não teve dificuldade
P5	Não teve dificuldade	Dificuldade em encontrar estratégias apropriadas ao problema	Não teve dificuldade
P6	Dificuldade em encontrar inicialmente o resultado de 180-2	Dificuldade em encontrar estratégias apropriadas ao problema	Não teve dificuldade
P7	Não teve dificuldade	Não teve dificuldade	Não teve dificuldade

A análise da tabela evidencia algumas dificuldades sentidas pelos alunos. A dificuldade que mais se destaca em Beatriz é o facto de não conseguir encontrar a estratégia mais apropriada ao problema e aos números envolvidos no mesmo.

João parece apresentar mais dificuldades em registar o seu raciocínio, levando o aluno a representar os seus cálculos de forma incorreta. O aluno revelou também dificuldade em compreender um problema e em encontrar uma estratégia para resolver um outro.

Já Ana não manifestou grandes dificuldades na resolução dos problemas, destacando-se apenas algumas dificuldade nos problemas 3 e 6, associadas ao registar na reta numérica e em encontrar o resultado de 180-2.

Em suma, houve alunos que manifestaram dificuldades na compreensão dos problemas, no caso de João, e dificuldades em encontrar estratégias de resolução, como Beatriz e João. Também foram identificadas dificuldades no processo de resolução, tal como acontece com Ana.

Reflexões finais

Neste ponto, reflito um pouco sobre o estudo desenvolvido, desde a planificação dos problemas, a implementação das mesmas em sala de aula e as conclusões que foram atingidas.

Tendo em conta os resultados obtidos ao longo desta investigação, é possível afirmar que alcancei todos os objetivos delineados inicialmente. Para isso, foi bastante importante elaborar uma proposta pedagógica e planificar os problemas. Ao propor os problemas na aula, segui três passos importantes na exploração dos mesmos em sala de aula, nomeadamente a apresentação inicial, a resolução do problema e a apresentação das estratégias.

O tema em que se centrou o meu estudo foi apropriado para a turma na qual o desenvolvi, uma vez que os alunos não resolviam problemas com regularidade e, consequentemente, não exploravam estratégias de cálculo possíveis de serem utilizadas para encontrar a solução. Desta forma, tal como referido anteriormente, torna-se bastante importante o momento de partilha e discussão no final dos problemas, não só de modo a desenvolver a capacidade de comunicação matemática como também dar a conhecer a todos os alunos várias estratégias para resolver um dado problema. Foi gratificante, no meu ponto de vista, testemunhar como os alunos se encontravam motivados na realização dos problemas e como os mesmos parecem ter evoluído relativamente às estratégias utilizadas e à resolução dos problemas.

Em forma de conclusão, esta investigação tornou-se bastante significativa para mim no sentido em que me permitiu perceber a verdadeira importância da resolução de problemas, a sua contribuição para a aprendizagem dos alunos e o modo como estes devem ser propostos e desenvolvidos em sala de aula. Todos estes aspetos são importantes para se fazer um bom trabalho com os alunos, contribuindo assim para a aprendizagem de novos conhecimentos ou para a aplicação dos já adquiridos.

Referências bibliográficas

- Beishuizen, M. (1997). Development of mathematical strategies and procedures up to 100. Em M. Beishuizen, K. Gravemeijer, & E. Van Lieshout, *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 127-162). Utrecht: Utrecht University.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - Direcção-Geral da Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. (M. J. Alvarez, S. B. Santos, & T. M. Baptista, Trans.) Porto: Porto Editora.
- Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). O Sentido de Número no Início da Aprendizagem. Em J. Bocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido do Número: reflexões que encruzam teoria e prática* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Costa, A. M., & Fonseca, L. (2009). Os números na interface da Língua Portuguesa e da Matemática. *SPIEM: Actas do XIXELEM*, pp. 1-11.
- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teorias e prática*. Coimbra: Almedina.
- Ferreira, E. (2008). A Adição e a Subtração no Contexto do Sentido de Número. Em J. Bocardo, L. Serrazina, & I. Rocha, *O Sentido de Número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 135-157). Lisboa: Escolar Editora.
- Ferreira, E. (2012). *O Desenvolvimento do Sentido de Número no Âmbito da Resolução de Problemas de Adição e Subtração no 2.º Ano de Escolaridade*. Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa - Instituto de Educação.
- Gonçalves, F. (2011). *Números Naturais e Subtração: um estudo no 1º ciclo*. Relatório de Mestrado, Universidade de Lisboa.
- Lüdke, M., & André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Mata, S. S. (2012). O Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. Ponta Delgada, Açores, Portugal. Obtido em 13 de Janeiro de 2016, de Repositório da Universidade dos Açores: <https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/1668/1/DissertMestradoSaraSaraivaFogacaMata2012.pdf>
- Mendes, M. E. (2001). *A Criança e o Número: do signo gráfico ao símbolo*. Obtido em 20 de Abril de 2016, de Repositório do Instituto Universitário de Ciências Psicológicas, Sociais

e da Vida (ISPA): <http://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/690/1/DM%20MEND-ME1.pdf>

Merriam, S. (1988). *Case Study Research in Education: A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.

Ministério da Educação. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

NCTM. (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

O'Connell, S. (2007). *Introduction to Problem Solving: grades preK-2*. Portsmouth: Heinemann.

Oliveira, P. (2006). Metodologias de investigação em educação. *YILL: fragmentos de educação*, 1(2), pp. 33-34.

Pólya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton: Princeton University Press.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2006). *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Boavida, A., Guimarães, F., Sousa, H., . . . Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Sequeira, L., Freitas, P. J., & Nápoles, S. (2009). *Números e Operações: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Sobral, S. (2015). *Geometria e Arte: Um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade*. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal.

Sousa, C. (2015). *Aprender a resolver problemas: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade*. Relatório de Mestrado, Escola Superior de Educação - Instituto Politécnico de Setúbal.

Van Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K., & Treffers, A. (2001). *Children Learn Mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. (J. Senior, & Language Unlimited, Trans.) The Netherlands.

Yin, R. K. (2001). *Estudo de Caso: planeamento e métodos* (2.ª ed.). (D. Grassi, Trad.) Porto Alegre: Bookman.